

# 4 Le prove di matematica

Mariano Alberton

Come prescrive la legge, la commissione dovrà predisporre tre tracce composte da uno o più problemi e da uno o più quesiti tra loro indipendenti. Il giorno della prova verrà estratta una delle tracce che i candidati dovranno svolgere. La commissione stabilisce il tempo da assegnare alla prova e gli strumenti ammissibili. Qualora nel triennio si siano svolte esperienze di pensiero computazionale, esse dovranno comparire nelle tracce.

Problemi e quesiti possono riguardare temi scientifici, sociali, geografici, di vita quotidiana.

Le prime tre tracce che proponiamo presuppongono che gli alunni nel triennio abbiano svolto molti compiti autentici e siano abituati a un approccio sperimentale. Tale approccio parte dall'esperienza e dalla scoperta e arriva alla formalizzazione matematica solo in un secondo tempo.

La quarta traccia, invece, è più tradizionale. Secondo noi, la matematica trattata a livello formale, mediante calcoli algebrici e simboli, può essere proposta solo dopo un percorso induttivo che parta dall'esperienza e arrivi alla sua formalizzazione sotto forma di simboli e algoritmi matematici.

Nella quarta traccia sono compresi due problemi relativi al pensiero computazionale, tra loro alternativi.

## 4.1 Presentazione generale delle prove

I quesiti presentati presumono che nel triennio si siano svolte attività didattiche condotte mediante problemi autentici/compiti di realtà, attività di riflessione sull'esperienza di laboratorio, categorizzazione, generalizzazione, modellizzazioni associate ad attività "inverse" che, a partire da un modello (legge), abbiano portato alla comprensione di fenomeni concreti vissuti e quindi riconosciuti come facenti parte di una categoria di fenomeni anche del tutto diversi ma aventi la medesima struttura interpretativa (area del rettangolo rispetto alle misure di base e altezza, forza rispetto a massa e accelerazione, spazio rispetto a tempo e velocità...). Si presume che le modalità di lavoro abbiano richiesto interazioni di gruppo, osservazioni, classificazioni, discussioni, argomentazioni, condivisioni, decisioni, assunzione di responsabilità, conclusioni, controllo delle procedure, riflessione sui risultati ottenuti e sulla loro attendibilità e autovalutazione. Gli oggetti culturali "forti" legati al percorso di matematica-tecnologia-scienze riguardano il concetto di "rapporto" (misura), il guardare "per proporzioni" in diversi campi compreso quello della chimica, funzioni, peso specifico, calore e temperatura, volume - peso - peso specifico, forze, energia, potenza, genetica, all'interno di problematiche legate a contesti quotidiani.



Alcuni dei problemi qui inseriti sono derivati da compiti autentici assegnati in classe. Risulteranno quindi a prima vista di difficile soluzione. E così sarà certamente nel caso in cui nel triennio gli alunni non siano stati coinvolti in modo significativo da attività di ricerca/scoperta.

I quesiti non prevedono l'uso della calcolatrice (se non come strumento compensativo nei casi previsti). Il calcolo, per la maggior parte dei problemi e quesiti, pur determinante, non è interessato da difficoltà tali da richiedere una macchina. Il non utilizzo della calcolatrice permette di evidenziare e poter valutare l'abilità di applicazione delle proprietà delle operazioni/potenze. Ogni docente, comunque, all'esame deciderà come fare.

Nel condurre un tipo di didattica "per compiti significativi" emerge un curioso paradosso. La realtà da cui il docente pensa di partire non corrisponde sempre a quella che è "realtà" per l'alunno. Un esempio, per tutti, una situazione riscontrata in una classe di un secondo anno di una Scuola secondaria di primo grado. Per far comprendere la differenza tra funzioni matematiche e funzioni empiriche affrontando il grosso tema della proporzionalità, era stata proposta un'attività di laboratorio in cui gli alunni a gruppi avrebbero dovuto immaginare l'andamento dell'altezza del frumento in funzione del tempo (un valore per ogni mese) per poi confrontarlo con l'andamento dell'altezza di una torre costituita da cubetti di ferro in funzione del numero di cubetti. L'attività ha portato alla luce che il circa il 20% degli alunni (classe multietnica) ignorava che cosa fosse il frumento e, tra quelli che dichiaravano di saperlo, il 30% non aveva idea di come si presentasse (stima dell'altezza) la pianta di frumento al momento della maturazione. Nessuno aveva esperienza dell'arresto in altezza della piantina durante i mesi invernali e solo il 20% manifestava la consapevolezza che l'altezza del frumento potesse essere influenzata anche da altre variabili. Questa consapevolezza per il docente potrebbe risultare importante nel momento in cui si conducono esperienze su campi contestuali, ad esempio su nutrienti (amido) legati a specie vegetali che si presume siano di conoscenza comune. Puntare sull'esperienza della trasformazione dell'energia cinetica in calore per attrito (cadute durante una corsa con relative abrasioni) potrebbe non risultare sempre una mossa vincente se non viene fatto un accertamento preliminare non solo delle conoscenze ma anche di esperienze concrete.

Per la valutazione delle prove di esame, non è possibile mutuare schede di osservazione e rubriche utilizzate in occasione di compiti autentici.

Quelle d'esame sono prove finali sommative non utilizzabili ex post come occasioni di riflessione/autovalutazione degli alunni; e in questo contesto non è prevista interazione tra alunni e tra alunni e docente. Non risulta possibile la descrizione dei livelli di alcuni Traguardi previsti dalle Indicazioni quali, per esempio:

accetta di cambiare opinione riconoscendo... sviluppa un atteggiamento positivo verso la matematica...  
l'alunno sviluppa atteggiamenti di curiosità e modi di guardare il mondo che lo stimolano a cercare spiegazioni di quello che vede succedere... sa ricercare in autonomia informazioni pertinenti da varie fonti... dietro precise istruzioni e diretta supervisione, utilizza semplici strumenti per osservare e analizzare... assume comportamenti di vita ispirati...

Si potrà descrivere l'abilità (che afferisce a un Traguardo) valutandola con un livello (ordinale) numerico.

Per quanto riguarda l'elaborazione delle prove e la loro valutazione, in questo contesto si è proceduto in questo modo:

- le prove sono state pensate per poter essere risolte all'interno delle 4 ore che saranno concesse;
- sono state scelte delle situazioni problematiche (problemi a difficoltà progressiva con più quesiti e quesiti composti da una/due domande) che potessero essere in qualche modo “nuove” o comunque che costituissero un problema vero per l'alunno (nel senso che l'alunno, non avendo automatismi procedurali per la soluzione, deve riflettere, ripescare concetti e conoscenze adattandoli al nuovo contesto, argomentare in modo coerente, controllare passo passo la procedura e discutere l'attendibilità dei risultati, anche parziali). I problemi sono stati estrapolati e adattati da attività (compiti significativi) praticate in classe. Le situazioni problematiche sono strutturate per attivare intenzionalmente alcune abilità. Ex post la situazione risulterà sempre più complessa di quanto venga preventivato (rileggendo il problema si scoprono altre abilità inizialmente non previste). Si tratta di decidere quali debbano rimanere le più significative per orientare la valutazione;
- ogni problema è stato suddiviso in parti in modo da poterle valutare in modo più analitico. Per un problema complesso è difficile l'attribuzione di un punteggio unico globale se non si prevede una suddivisione che ne permetta di associare in modo più analitico le abilità più rilevanti e i rispettivi livelli. La misurazione quindi è funzionale alla valutazione: qui, per ogni parte del problema, il peso varia da 0,5 a 2. Per ogni traccia, la somma dei pesi attribuiti alle singole parti dei problemi/quesiti è pari a 10. Si procede alla valutazione di tutti i problemi/quesiti della prova attribuendo un voto (da 4 a 10) alle singole parti individuate (A, B, C...). Il voto viene moltiplicato per il peso attribuito alla parte e il risultato si divide per 10. Il voto globale risultante è la media pesata delle singole parti;
- va da sé che l'importanza attribuita a ciascuna parte del problema è soggettiva e che ogni docente potrebbe attribuirvi valori diversi in relazione al percorso scolastico. Si è qui stabilito di assegnare valori più alti alle prime fasi dei problemi per non penalizzare gli alunni con maggiori difficoltà;
- per alunni certificati la prova potrà essere diversa e quindi valutata in modo più idoneo al singolo;
- per alunni con BES: nella prova d'esame non sono previste differenziazioni se non lo svolgimento di prove graduate;
- per alunni con DSA: sono previste compensazioni (calcolatrice, tempi) e/o dispense, per cui sarà possibile, all'interno di prove graduate, decidere di attribuire punteggi solo ad alcuni problemi e/o a una parte del problema e riportare il voto a questo massimo stabilito per quell'alunno particolare.

TRACCIA 1

**La traccia n. 1 è costituita da due problemi e quattro quesiti.**

- 1.A Problema del velocipede
- 1.B Problema con piano cartesiano ed equazioni
- 1.C Quesito delle puntine da disegno
- 1.D Quesito “Pierino e il motorino”
- 1.E Quesito “Il voto medio”
- 1.F Quesito sulla temperatura media.

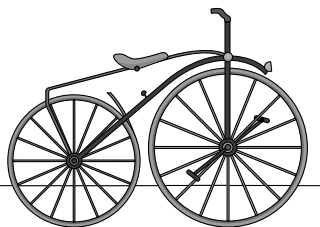
**Il tempo stimato per la soluzione è di 3 ore e 30 minuti.**

**Del primo problema e del primo quesito forniamo analisi e commenti.**

**1.A PROBLEMA DEL VELOCIPEDE (TEMPO STIMATO DI SVOLGIMENTO 50 MINUTI)**

Uno degli antenati della moderna bicicletta fu il velocipede i cui primi modelli cominciarono a circolare attorno alla prima metà dell'Ottocento. Una di queste versioni prevedeva la ruota anteriore (con pedali) più grande rispetto alla posteriore.

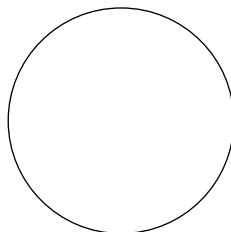
Dal punto di vista geometrico possiamo immaginare le ruote come due circonferenze.



Considera le due circonferenze qui rappresentate in scala 1:20.



CIRCONFERENZA 1



CIRCONFERENZA 2

|   |              |
|---|--------------|
| 1. Calcola la lunghezza delle due circonferenze in questa rappresentazione grafica e nella realtà.  | <b>A - 2</b> |
| 2. Calcola il rapporto tra la lunghezza della circonferenza 2 e la lunghezza della circonferenza 1 e discuti sul significato del valore trovato.  |              |
| 3. Calcola il rapporto tra la lunghezza del diametro della circonferenza 2 e la lunghezza del diametro della circonferenza 1 e discuti su analogie o diversità rispetto al rapporto tra le lunghezze delle circonferenze (vedi punto 2).  |              |
| 4. Immagina che la lunghezza della circonferenza 1 sia l'unità di misura con cui viene misurata la circonferenza 2, sia nel grafico sia nella realtà:<br>a. calcola quanto misura la circonferenza 2 nella rappresentazione grafica<br>b. calcola quanto misura la circonferenza 2 nella realtà |              |

|   |                     |
|---|---------------------|
| <p>5. Immagina che le due circonferenze nella realtà rappresentino le ruote di un velocipede di metà Ottocento.</p> <p>a. Quando la ruota grande compie un giro, quanti giri avrà compiuto la ruota piccola? (considera le dimensioni delle circonferenze 1 e 2) (giustifica la risposta)</p> <p>b. Quale rapporto dovrebbero avere le misure dei raggi della ruota grande (circonferenza 2) rispetto alla misura dei raggi della ruota piccola (circonferenza 1) perché con un giro della ruota grande si possano far fare 4 giri alla ruota piccola? (giustifica la risposta)</p> <p>c. Immagina un punto nella circonferenza grande (ruota grande del velocipede) e un punto nella circonferenza piccola. Mentre il velocipede viaggia, i due punti, in un determinato tempo, percorrono entrambi un arco di circonferenza.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quale sarà il rapporto tra le lunghezze dei due archi di circonferenza?</li> <li>• Quale sarà il rapporto tra i due angoli al centro corrispondenti?</li> </ul> <p>d. Quanta strada (in metri) avrà percorso la bici con 15 giri della ruota posteriore (circonferenza 1)?</p> <p>e. Se la ruota posteriore compie 20 giri in 8 secondi, quale sarà stata la velocità media del velocipede?</p> | <p><b>B - 1</b></p> |
|---|---------------------|

### ANALISI E COMMENTO

Il problema del velocipede interessa i seguenti aspetti della matematica: numeri, spazio e figure, funzioni e relazioni. Inoltre richiede di ragionare su un concetto cruciale per l'ambito matematico/tecnico/scientifico: il rapporto. Gli alunni dovranno scoprire relazioni tra grandezze omogenee e non, fare confronti, scoprire e giustificare relazioni di proporzionalità diretta e rettificare circonferenze.

In particolare:

1. Gli alunni dovranno misurare sul foglio raggio/diametro delle due circonferenze e calcolare le misure reali in scala 1:20. La misura del diametro consente maggiore precisione. Se è consapevole della proporzionalità diretta circonferenza/diametro potrebbe evitare di passare al calcolo della circonferenza sulla carta. Il disegno in scala su foglio A4, all'origine presenta le seguenti dimensioni, tolleranza  $\pm 1\text{mm}$ 
  - diametro della circonferenza 1 = 1,5 cm
  - diametro della circonferenza 2 = 3 cm
  - dimensioni sulla carta circonferenza 1      $1,5 \text{ cm} \times 3,14 = 4,71 \text{ cm} (\approx 4,7 \text{ cm})$
  - dimensioni sulla carta circonferenza 2      $3 \text{ cm} \times 3,14 = 9,42 (\approx 9,4 \text{ cm})$
  - dimensioni reali circonferenza 1              $4,7 \text{ cm} \times 20 = 94 \text{ cm}$
  - dimensioni reali circonferenza 2              $9,4 \text{ cm} \times 20 = 188 \text{ cm}$
2. Gli alunni dovrebbero valutare che sia sulla carta sia nella realtà la circonferenza 2 è doppia rispetto alla circonferenza 1 come è doppio il diametro e il raggio. Si tratta di proporzionalità diretta tra lunghezza del diametro e lunghezza della circonferenza.
3. (Vedi 2).
4. Questo è un nodo cruciale per accertarsi se sia stato compreso il significato di misura come confronto tra grandezze omogenee di cui una è considerata unità di misura. Gli

alunni dovrebbero rispondere senza fare troppi calcoli che la circonferenza 2 misura: 2 “circonferenze 1” (due è la misura e “circonferenza 1” l’unità di misura). Questo vale sia sulla carta sia nella realtà.

5. a. Dato che la lunghezza della circonferenza grande è doppia, la ruota piccola sarà “costretta” – se non pattina – a fare 2 giri (si tratta ancora del rapporto...).
- b. Rapporto = 4
- c. • Rapporto tra arco 2 e arco 1  $\rightarrow 1:1$  (la lunghezza del tragitto percorso dalle due ruote della bici è la stessa).  
• Rapporto tra angolo al centro 2 e angolo al centro 1  $\rightarrow 1:2$  (essendo il raggio 2 doppio del raggio 1 e uguali le lunghezze dei due archi in quanto hanno percorso la stessa strada, l’angolo al centro della circonferenza 1 sarà doppio).
- d. Il problema potrebbe apparire banale. In realtà non è scontato che i ragazzi immaginino lo sviluppo lineare della circonferenza:  $0,94 \times 15 = 14,1$  m
- e. Anche qui non è scontato che al numero di giri venga fatta corrispondere la lunghezza del tragitto per il calcolo della velocità media ( $v = s / t$ )  $\rightarrow (20 \times 0,94) / 8 = 2,35$  m/s

### 1.B PROBLEMA CON PIANO CARTESIANO ED EQUAZIONI

(TEMPO STIMATO DI SVOLGIMENTO 60 MINUTI)

Considera le seguenti equazioni:

$$y + x = 21$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

|   |                |
|---|----------------|
| 1. Dopo aver costruito un sistema di riferimento cartesiano, aver fissato un’adeguata unità di misura e assegnato alcuni valori alle due variabili, rappresenta graficamente le due equazioni. (Sia O il punto di origine degli assi cartesiani e C il punto di intersezione delle due rette)   |                |
| 2. a. Determina (graficamente o algebricamente) le coordinate dei punti di intersezione A e B della retta s rispettivamente con l’asse delle ordinate e delle ascisse.<br>b. Determina (graficamente o algebricamente) le coordinate dei punti di intersezione della retta t con l’asse delle ordinate e delle ascisse e spiega il risultato ottenuto.<br>c. Determina (graficamente o algebricamente) le coordinate del punto di intersezione delle due rette. | <b>C - 1,5</b> |
| 3. Sia CH l’altezza relativa al lato OB.<br>a. Calcola la misura del perimetro del triangolo OCB. (Giustifica il procedimento e arrotonda all’unità i risultati)<br>b. Calcola l’area del triangolo OCB. (Giustifica il procedimento)<br>c. Effettua una rotazione di $360^\circ$ del triangolo OCB attorno al lato OB. (Descrivi il solido ottenuto)<br>e. Calcola la misura della superficie totale e il volume di tale solido                                | <b>D - 1,5</b> |

### 1.C QUESITO DELLE PUNTINE DA DISEGNO (TEMPO STIMATO DI SVOLGIMENTO 20 MINUTI)

Spiega, utilizzando le leggi fisiche che conosci, argomentando e giustificando anche con esempi numerici:

|   |              |
|---|--------------|
| 1. come mai è possibile piantare una puntina da disegno su un supporto di legno anche solo "spingendo" con le dita  | <b>E - 1</b> |
| 2. come mai non riuscirai a farlo se si tenta di far penetrare la capocchia anche utilizzando molta più forza. (Argomenta e prova a giustificare assegnando alle grandezze in gioco valori diversi in modo che il ragionamento sia convincente) |              |

#### ANALISI E COMMENTO

L'argomentazione richiede di conoscere i concetti di forza, superficie e pressione e le rispettive unità di misura. Per la pressione dovrebbe essere utilizzata l'unità di misura Pascal (Newton / m<sup>2</sup>) ma potrebbero essere accettate anche altre unità di misura (kg / cm<sup>2</sup>...) purché in modo coerente.

Deve apparire chiara la consapevolezza della proporzionalità diretta tra pressione e forza e la proporzionalità inversa tra pressione e superficie (a parità di forza la pressione raddoppia se la superficie dimezza...) e che proprio per questo:

- si può abbastanza facilmente conficcare anche con un dito la puntina (dal lato "punta") dentro al legno per il fatto che la forza viene applicata su una superficie piccolissima. Una forza che anche un bambino può esercitare produce una pressione così grande da permettere alla puntina di penetrare nel legno. Non è necessario qui (ma sarebbe interessante) richiamare anche questioni di forza relative al piano inclinato dovuto alla forma della "punta" del chiodo o della puntina (cono o piramide...).
- Non è possibile fare altrettanto se provassimo a spingere la puntina dal lato "capocchia" per il fatto che la stessa forza di prima agisce su una grande superficie. Questa forza produrrebbe una pressione molto bassa, non sufficiente a far penetrare la capocchia. L'effetto pressione si farebbe sentire sul dito che spinge.

Gli alunni dovrebbero giustificare queste spiegazioni con esempi numerici (calcolo). Dato che le grandezze in gioco sono forza e superficie (pressione = forza / superficie), si dovrebbero portare esempi in cui, per una forza costante, i valori relativi alla superficie diminuiscono / aumentano e in cui risulti che, al diminuire della superficie, la pressione aumenta (più precisamente: al dimezzare della superficie la pressione raddoppia). Per esempio:

- 12 kg / 6 cm quadrati = 2 kg / cm quadrato
- 12 kg / 3 cm quadrati = 4 kg / cm quadrato
- 12 kg / 0,01 cm quadrati = 1200 kg / cm quadrato

Il quesito interessa prevalentemente i seguenti aspetti della matematica: funzioni e relazioni.

**1.D QUESITO “PIERINO E IL MOTORINO”** (TEMPO STIMATO DI SVOLGIMENTO: 30 MINUTI)

Pierino compra un motorino che costa 3000 euro al netto di IVA. Il venditore gli propone due opzioni:

- a. dopo aver aggiunto l'IVA (22%) gli farà uno sconto del 22% sul prezzo al lordo di IVA;
- b. procederà a una fatturazione senza conteggiare l'IVA e non gli farà lo sconto.

1. Rispondi e giustifica (con calcoli) la risposta:

- le due opzioni si equivalgono o una è più conveniente dell'altra?

**F - 1**

**1.E QUESITO “IL VOTO MEDIO”** (TEMPO STIMATO DI SVOLGIMENTO 30 MINUTI)

Le due classi quinte del liceo scientifico “Galileo” composte da 20 alunni, vengono presentate agli esami di maturità con la media dei voti in matematica riportata in tabella (i voti possibili per ciascun alunno vanno da 1 a 10: non si viene ammessi all'esame con voto inferiore al 6).

| CLASSE           | MEDIA DEI VOTI IN MATEMATICA |
|------------------|------------------------------|
| 5 <sup>a</sup> A | 6                            |
| 5 <sup>a</sup> B | 6                            |

1. Prova a interpretare i dati a tua disposizione:

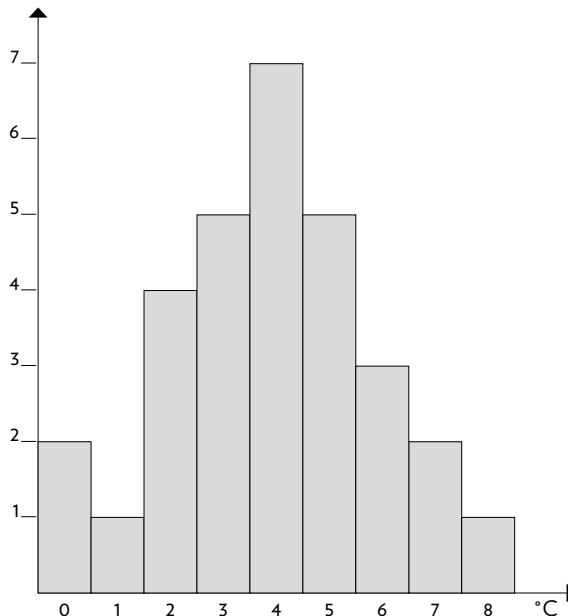
- a. secondo te tutti gli alunni sono stati sicuramente ammessi? (Giustifica la risposta con esempi numerici);
- b. possono essere considerate due classi simili come abilità matematiche? (Giustifica la risposta con esempi numerici).

**G - 1**



**1.F QUESITO SULLA TEMPERATURA MEDIA** (TEMPO STIMATO DI SVOLGIMENTO 30 MINUTI)

Osserva il seguente istogramma che riporta le temperature minime giornaliere registrate nel mese di novembre ad Asolo.



|  |              |
|--|--------------|
| 1. Qual è la frequenza assoluta della "temperatura minima 3 °C"?   | <b>H - 1</b> |
| 2. Qual è la frequenza relativa della "temperatura minima 5 °C"?   |              |
| 3. Qual è la frequenza relativa percentuale della "temperatura minima 0 °C"? (arrotonda il risultato al decimo).   |              |
| 4. Qual è la media aritmetica delle temperature?   |              |
| 5. In un altro paese la media aritmetica è la stessa: ciò significa che si sono registrate le stesse temperature? Giustifica la tua risposta (puoi utilizzare un esempio). |              |

| <b>LIVELLI</b>                              |   |   |   |
|---|---|---|---|
| <b>INDICATORI</b>                           | <b>10</b>   | <b>9</b>  | <b>8</b>  |
| <b>A - VELOCIPEDE</b><br><br>Peso 2         | <p>Calcola correttamente le misure reali, individua in modo preciso i rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza. Giustifica il significato e la procedura in modo corretto ed elegante.</p> <p>Ha compreso che la misura è un confronto e usa la corretta unità di misura giustificando la scelta dell'unità di misura arbitraria e generalizzando.</p>   | <p>Calcola correttamente le misure reali, individua in modo preciso i rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza. Giustifica il significato e la procedura in modo corretto.</p> <p>Ha compreso che la misura è un confronto e usa la corretta unità di misura giustificando la scelta dell'unità di misura arbitraria.</p>  | <p>Calcola correttamente le misure reali, individua i rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza. Giustifica il significato e la procedura in modo corretto ma parziale.</p> <p>Ha compreso che la misura è un confronto giustificando le procedure e usa la corretta unità di misura arbitraria.</p>                                  |
| <b>B - VELOCIPEDE</b><br><br>Peso 1         | <p>Si rappresenta la situazione nella realtà in modo esaustivo, chiaro e preciso. Ha compreso la relazione di proporzionalità diretta tra misura del raggio e quella della circonferenza e la differenza tra velocità angolare e lineare giustificando il calcolo richiesto il in modo preciso, chiaro ed elegante. Preciso e giustificato il calcolo con le grandezze spazio-tempo-velocità.</p> | <p>Si rappresenta la situazione nella realtà in modo corretto e preciso. Ha compreso la relazione di proporzionalità diretta tra misura del raggio e quella della circonferenza giustificando il calcolo in modo corretto e preciso. Ha compreso la differenza tra velocità angolare e lineare giustificando correttamente il calcolo richiesto. Corretto il calcolo con grandezze spazio-tempo-velocità.</p> | <p>Si rappresenta la situazione nella realtà in modo corretto. Ha compreso la relazione di proporzionalità diretta tra misura del raggio e quella della circonferenza giustificando il calcolo in modo corretto. Ha compreso la differenza tra velocità angolare e lineare giustificando il calcolo richiesto. Corretto il calcolo con le grandezze spazio-tempo-velocità</p> |
| <b>C - PIANO CARTESIANO</b><br><br>Peso 1,5 | <p>Corretta, chiara e precisa la costruzione del sistema di riferimento cartesiano. Rappresenta in modo preciso le due rette nel piano e determina graficamente e algebricamente le coordinate dei punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro in modo corretto e preciso. Discute in termini chiari ed eleganti procedura e risultati ottenuti.</p>                     | <p>Corretta, chiara e precisa la costruzione del sistema di riferimento cartesiano. Rappresenta in modo preciso le due rette nel piano e determina graficamente e algebricamente le coordinate dei punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro in modo corretto e preciso. Discute in termini chiari procedura e risultati ottenuti</p>  | <p>Corretta, chiara e precisa la costruzione del sistema di riferimento cartesiano. Rappresenta in modo preciso le due rette nel piano e determina graficamente e algebricamente le coordinate dei punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro in modo corretto. Discute procedura e risultati ottenuti</p>  |
| <b>D - PIANO CARTESIANO</b><br><br>Peso 1,5 | <p>Calcola correttamente le misure dei lati del triangolo, la misura del perimetro e l'area. Rappresenta la rotazione in modo corretto e preciso descrivendo il solido ottenuto. Procedo in modo corretto al calcolo della superficie totale e del volume del solido. Discute coerentemente e in modo chiaro ed elegante procedimento e risultati.</p>  | <p>Calcola correttamente le misure dei lati del triangolo, la misura del perimetro e l'area. Rappresenta la rotazione in modo corretto e preciso descrivendo il solido ottenuto. Procedo in modo corretto al calcolo della superficie totale e del volume del solido. Discute coerentemente procedimento e risultati.</p>   | <p>Calcola correttamente le misure dei lati del triangolo, la misura del perimetro e l'area. Rappresenta la rotazione in modo corretto e descrive il solido ottenuto. Procedo al calcolo della superficie totale del solido con imprecisioni nel calcolo. Calcola il volume del solido e discute procedimento e risultati.</p>  |
| <b>E - PUNTINE</b><br><br>Peso 1            | <p>Spiega il fenomeno riconoscendolo come dipendente dalla pressione generata dal rapporto forza/superficie, portando qualche esempio numerico e argomentando in modo elegante e preciso sulle relazioni di proporzionalità che intercorrono tra le tre grandezze.</p>  | <p>Spiega il fenomeno riconoscendolo come dipendente dalla pressione generata dal rapporto forza/superficie, portando qualche esempio numerico e argomentando sulle relazioni di proporzionalità che intercorrono tra le tre grandezze.</p>   | <p>Spiega il fenomeno riconoscendolo come dipendente dalla pressione generata dal rapporto forza/superficie, portando qualche esempio numerico. Non rileva le relazioni di proporzionalità coinvolte.</p>   |

Il punteggio finale è dato dal prodotto tra il voto e il suo peso diviso per 10.

| 7   | 6   | 5   | 4   |
|---|---|---|---|
| <p>Calcola correttamente le misure reali, individua i rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza, giustifica le procedure esplicitandole in modo parziale.</p> <p>Ha compreso che la misura è un confronto giustificando le procedure ma non usa la corretta unità di misura arbitraria.</p>   | <p>Calcola con buona approssimazione le misure reali, individua i rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza ma non le giustifica.</p> <p>Ha compreso che la misura è un confronto, giustifica parzialmente le procedure ma non usa la corretta unità di misura arbitraria.</p>                                    | <p>Imprecisione nella misurazione, errori nel calcolo delle misure reali, non individua in tutti i casi rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza.</p> <p>Non ha compreso il significato di misura e misurazione, non giustifica le procedure e non è in grado di utilizzare un'unità di misura arbitraria per procedere a misurazioni.</p> | <p>Misurazione non corretta, gravi errori nel calcolo delle misure reali, non individua i rapporti richiesti e la proporzionalità tra le misure di diametro e circonferenza.</p> <p>Non ha compreso il significato di misura e misurazione, non giustifica le procedure e non è in grado di utilizzare un'unità di misura arbitraria per procedere a misurazioni.</p>               |
| <p>Si rappresenta la situazione nella realtà in modo corretto. Ha compreso la relazione di proporzionalità diretta tra misura del raggio e quella della circonferenza giustificando il calcolo in modo corretto. Ha compreso la differenza tra velocità angolare e lineare ma non giustifica adeguatamente. Corretto il calcolo con le grandezze spazio-tempo-velocità. Imprecisioni con unità di misura.</p> | <p>Si rappresenta la situazione nella realtà in modo intuitivo. Ha compreso la relazione che lega la misura del raggio e quella della circonferenza anche se non giustifica in modo appropriato. Intuisce la differenza tra velocità angolare e lineare ma non giustifica adeguatamente. Impreciso il calcolo con le grandezze spazio-tempo-velocità.</p> | <p>Si rappresenta la situazione nella realtà in modo intuitivo ma disordinato, senza appoggiare le giustificazioni su dati. Applica in modo impreciso la proporzionalità tra lunghezza del raggio e della circonferenza. Intuisce ma non distingue correttamente la differenza tra velocità angolare e lineare. Impreciso il calcolo con le grandezze spazio-tempo-velocità.</p>    | <p>Non è in grado di rappresentarsi la situazione nella realtà, di applicare la proporzionalità tra lunghezza del raggio e della circonferenza, di distinguere tra velocità angolare e lineare, di operare con le grandezze spazio-tempo-velocità.</p>  |
| <p>Corretta la costruzione del sistema di riferimento cartesiano. Rappresenta le due rette nel piano e determina graficamente le coordinate dei punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro in modo corretto anche se non discute i risultati ottenuti.</p>  | <p>Corretta la costruzione del sistema di riferimento cartesiano. Rappresenta le due rette nel piano e determina graficamente le coordinate dei punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro con alcuni errori di calcolo.</p>  | <p>Errata la costruzione del sistema di riferimento cartesiano ed errata quindi anche rappresentazione grafica che ne consegue.</p> <p>Determina graficamente i punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro in modo corretto rispetto al riferimento errato.</p>   | <p>Non è in grado di assegnare alle due variabili valori tali da soddisfare le equazioni in modo da poter poi associare le due equazioni ai rispettivi grafici che le rappresentano. Non riesce a costruire un sistema di riferimento cartesiano e non può quindi determinare, anche solo graficamente, i punti di intersezione delle rette con gli assi cartesiani e tra loro.</p> |
| <p>Calcola correttamente le misure dei lati del triangolo, la misura del perimetro e l'area. Rappresenta la rotazione in modo corretto ma non descrive il solido ottenuto. Procedo al calcolo della superficie totale del solido con imprecisioni/omissioni nella procedura e nel calcolo. Non calcola il volume e discute procedimento e risultati in modo parziale.</p>                                     | <p>Procede al calcolo della distanza tra due punti nel piano cartesiano e della misura del perimetro e dell'area del triangolo che aveva ottenuto con alcuni errori nel calcolo. Effettua la rotazione del triangolo e procede con imprecisioni al calcolo di area e misura del volume del solido. Non giustifica i procedimenti.</p>                     | <p>Procede in modo impreciso al calcolo della distanza tra due punti nel piano cartesiano e dell'area del triangolo che aveva ottenuto. Effettua una rotazione imprecisa del triangolo e non procede al calcolo di area e misura del volume del solido. Non giustifica i procedimenti.</p>  | <p>Non ha rappresentato graficamente le rette per cui non è possibile calcolare le misure dei lati, l'altezza del triangolo, ottenere il solido, effettuarne la descrizione e calcolarne misure della superficie totale e volume.</p>   |
| <p>Spiega il fenomeno aggiungendo ad argomentazioni di tipo qualitativo e percettivo qualche esempio numerico e riconoscendolo come dipendente dal rapporto forza/superficie. Non discute le relazioni di proporzionalità legate al concetto di pressione.</p>  | <p>Spiega il fenomeno con argomentazioni di tipo qualitativo e percettivo, riconoscendolo come dipendente dalla forza e/o dalla superficie, senza però discuterne le relazioni di proporzionalità legate al concetto di pressione.</p>  | <p>Spiega il fenomeno con argomentazioni di tipo qualitativo e percettivo, senza prendere in considerazione i concetti fisici associati e le rispettive relazioni di proporzionalità.</p>   | <p>Non riesce a spiegare il fenomeno.</p>   |

| INDICATORI                       | LIVELLI   |   |  |
|----------------------------------|---|---|--|
|                                  | 10  | 9   | 8  |
| <b>F - MOTORINO</b><br>Peso 1    | Calcola l'importo dell'IVA e ne esegue lo scorporo in modo corretto, giunge a un confronto con l'altra opzione giustificando la procedura in modo chiaro ed elegante.   | Calcola l'importo dell'IVA e ne esegue lo scorporo in modo corretto, giunge a un confronto con l'altra opzione giustificando la procedura.  | Calcola l'importo dell'IVA e ne esegue lo scorporo in modo corretto, giunge a un confronto con l'altra opzione.  |
| <b>G - VOTO MEDIO</b><br>Peso 1  | Comprende in modo chiaro che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni e risponde in modo corretto ed elegante argomentando su diverse situazioni-classe e producendo calcoli che giustificano le affermazioni in modo esaustivo, chiaro ed elegante. | Comprende in modo chiaro che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni e risponde in modo corretto argomentando su diverse situazioni-classe e producendo calcoli che giustificano le affermazioni in modo esaustivo. | Comprende in modo chiaro che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni e risponde in modo corretto argomentando su due diverse situazioni-classe e producendo calcoli che giustificano le affermazioni anche se in modo non esaustivo. |
| <b>H - TEMPERATURA</b><br>Peso 1 | Legge in modo corretto il grafico, calcola la frequenza relativa, % e la media delle temperature in modo preciso. Giustifica diverse realtà sottese alla stessa media portando esempi numerici eleganti ed esaustivi.   | Legge in modo corretto il grafico, calcola la frequenza relativa, % e la media delle temperature in modo preciso. Giustifica diverse realtà sottese alla stessa media portando esempi numerici abbastanza esaustivi.                | Legge in modo corretto il grafico, calcola la frequenza relativa, % e la media delle temperature in modo preciso. Giustifica diverse realtà sottese alla stessa media ma senza portare esaurienti esempi numerici.                                   |

Il punteggio finale è dato dal prodotto tra il voto e il suo peso diviso per 10.

| <b>7</b>   | <b>6</b>  | <b>5</b>  | <b>4</b>   |
|--|---|---|--|
| Calcola l'importo dell'IVA e ne esegue lo scorporo in modo corretto, giunge a un confronto con l'altra opzione con imprecisioni.   | Calcola l'importo dell'IVA e ne esegue lo scorporo con imprecisioni nel calcolo e non giunge a un confronto con l'altra opzione.  | Procede alla soluzione ma con procedura e calcolo errati.   | Non riesce a comprendere il senso della richiesta e non risolve il problema.   |
| Comprende che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni e risponde qualitativamente in modo corretto ma argomentando e producendo calcoli che giustificano in modo parziale le affermazioni. | Comprende che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni e risponde qualitativamente in modo parzialmente corretto ma senza argomentare in modo chiaro e giustificare con calcolo. | Intuisce che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni ma risponde in modo impreciso senza argomentare in modo chiaro e giustificare con calcolo.                                 | Non comprende che sotto un voto medio possono esistere diverse situazioni e risponde senza argomentare e giustificare con calcolo. |
| Legge in modo corretto il grafico, calcola la frequenza relativa, % e la media delle temperature in modo preciso. Non spiega le possibili diverse realtà sottese alla medesima media.                      | Legge in modo corretto il grafico, calcola la frequenza relativa, % e la media delle temperature in modo non preciso. Non spiega le possibili diverse realtà sottese alla medesima media.       | Legge in modo scorretto il grafico e calcola in modo molto impreciso la frequenza relativa, % e la media delle temperature. Non spiega le possibili diverse realtà sottese alla medesima media. | Non riesce a leggere il grafico associando temperature alle rispettive frequenze assolute, non risponde alle successive richieste. |