

Matematica

Corso di Laurea Triennale in Economia & Management
Prof. Giovanni Puccetti
Università degli Studi di Milano

Angelo Guerraggio

Knut Sydsæter
Peter Hammond
Arne Strøm

MyLab

Codice per accedere
alla piattaforma



PEARSON·TEXT·BUILDER

© 2018 Pearson Italia, Milano – Torino

ESTRATTO DAI VOLUMI DI:

Knut Sydsæter, Peter Hammond, Arne Strøm, *Metodi matematici per l'analisi economica e finanziaria*
Angelo Guerraggio, *Matematica per le scienze*

Per i capitoli tratti dal libro di Sydsæter, Hammond, Strøm (capp. 0, 1, 2, 7, 8, 10, 11, 12, 13):

*Authorized translation from the English language edition, entitled: **Essential Mathematics for Economic Analysis, 4th edition**, by Knut Sydsæter & Peter Hammond with Arne Strøm, published by Pearson Education Limited, Copyright ©2012.*

Edizione italiana: Knut Sydsæter, Peter Hammond, Arne Strøm, *Metodi matematici per l'analisi economica e finanziaria*, a cura di Davide La Torre, Pearson Italia © 2015

Per i capitoli tratti dal libro di Guerraggio (capp. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13):
Pearson Italia © 2018

Le informazioni contenute in questo libro sono state verificate e documentate con la massima cura possibile. Nessuna responsabilità derivante dal loro utilizzo potrà venire imputata agli Autori, a Pearson Italia S.p.A. o a ogni persona e società coinvolta nella creazione, produzione e distribuzione di questo libro.

Per i passi antologici, per le citazioni, per le riproduzioni grafiche, cartografiche e fotografiche appartenenti alla proprietà di terzi, inseriti in quest'opera, l'editore è a disposizione degli aventi diritto non potuti reperire nonché per eventuali non volute omissioni e/o errori di attribuzione nei riferimenti.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le fotocopie effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da CLEARedi, Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali, Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano, e-mail autorizzazioni@clearedi.org e sito web www.clearedi.org.

Realizzazione grafica: Andrea Astolfi
Progetto grafico di copertina: Maurizio Garofalo
Stampa: Rotomail Italia S.p.A. – Vignate (MI)

Tutti i marchi citati nel testo sono di proprietà dei loro detentori.

9788891907691

1ª edizione: settembre 2018

Printed in Italy

Ristampa
00 01 02 03 04

Anno
18 19 20 21 22

LIBRI DI TESTO E SUPPORTI DIDATTICI

Il sistema di gestione per la qualità della Casa Editrice è certificato in conformità alla norma **UNI EN ISO 9001:2008** per l'attività di progettazione, realizzazione e commercializzazione di prodotti editoriali scolastici, lessicografici, universitari e di varia.



Sommario

Pearson MyLab

XV

Capitolo 0 Elementi di matematica elementare 1

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

0.1 Numeri reali	1
0.2 Potenze con esponente intero	3
0.2.1 Proprietà delle potenze	4
0.2.2 Interesse composto	5
0.3 Regole algebriche	6
0.3.1 Espressioni algebriche	8
0.3.2 Fattorizzazione	8
0.4 Frazioni	8
0.4.1 Una nota importante	10
0.5 Potenze frazionarie	11
0.5.1 Radici n -esime	12
0.6 Disuguaglianze	13
0.6.1 Diagrammi del segno	14
0.6.2 Disuguaglianze doppie	16
0.7 Intervalli e valori assoluti	16
0.7.1 Valore assoluto	17
0.8 Come risolvere semplici equazioni	18
0.9 Equazioni parametriche	19
0.10 Equazioni di secondo grado	19
0.11 Equazioni lineari in due incognite	21
0.12 Divisione per zero	23
0.13 Simbolo di sommatoria	23
0.14 Regole per le sommatorie. Formula binomiale di Newton	24
0.14.1 Alcune utili formule	25
0.14.2 Formula binomiale di Newton	26
0.15 Somme doppie	27

0.16 Elementi di logica	28
0.16.1 Proposizioni	28
0.16.2 Implicazioni	28
0.16.3 Condizioni necessarie e sufficienti	29
0.17 Dimostrazioni matematiche	29
0.17.1 Ragionamento deduttivo e ragionamento induttivo	30
0.18 Elementi di teoria degli insiemi	30
0.18.1 Insiemi definiti mediante le proprietà degli elementi	31
0.18.2 Appartenenza ad un insieme	31
0.18.3 Operazioni insiemistiche	32
0.18.4 Diagrammi di Venn	32
0.19 Induzione matematica	34

Capitolo 1 Funzioni di una variabile	37
---	-----------

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

1.1 Introduzione	37
1.2 Definizioni di base	38
1.2.1 Notazione funzionale	39
1.2.2 Dominio e insieme immagine	40
1.3 Grafici di funzioni	42
1.3.1 Alcuni grafici importanti	43
1.4 Funzioni lineari	44
1.4.1 Formule “punto-pendenza” e “punto-punto”	46
1.4.2 Soluzioni grafiche di equazioni lineari	47
1.4.3 Disequazioni lineari	48
1.5 Modelli lineari	49
1.6 Funzioni quadratiche	52
1.6.1 Problemi di ottimizzazione quadratica in economia	53
1.7 Polinomi	56
1.7.1 Polinomi in generale	56
1.7.2 Fattorizzazione di polinomi	57
1.7.3 Divisione tra polinomi	59
1.7.4 Divisione con resto tra polinomi	60
1.7.5 Funzioni razionali	60
1.8 Funzioni potenza	61
1.8.1 Grafici di funzioni potenza	62
1.9 Funzioni esponenziali	63
1.9.1 Funzione esponenziale naturale	65

1.10 Funzioni logaritmiche	66
1.10.1 Funzione logaritmo naturale	69
1.10.2 Logaritmi con basi diverse da e	69

Capitolo 2 Proprietà delle funzioni 73

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

2.1 “Spostare” grafici	73
2.2 Operazioni tra funzioni	77
2.2.1 Prodotti e quozienti	78
2.2.2 Funzioni composte	79
2.2.3 Simmetria	80
2.3 Funzioni inverse	80
2.3.1 Caratterizzazione geometrica delle funzioni inverse	82
2.4 Curve nel piano	84
2.4.1 Test della retta verticale	86
2.4.2 Scelta delle unità di misura	86
2.4.3 Funzioni definite a tratti	86
2.5 Distanza nel piano. Circonferenze	87
2.5.1 Circonferenze	88
2.5.2 Ellissi ed iperboli	89
2.6 Definizione generale di funzione	90
2.6.1 Funzioni inverse	92

Capitolo 3 Le funzioni elementari 25

[Guerraggio]

3.1 Funzioni crescenti e decrescenti	25
3.2 Funzioni convesse e concave	26
3.3 Funzioni pari e dispari	26
3.4 Le funzioni lineari	27
3.5 Le funzioni quadratiche	30
3.6 Le iperboli	31
3.7 Le funzioni potenza: quando l'esponente è intero (e positivo)	34
3.8 Le funzioni potenza: quando l'esponente è frazionario (e positivo)	35
3.9 La funzione esponenziale	37

3.10	La funzione logaritmica	41
3.11	Le funzioni trigonometriche	46
	Riepilogo e verifiche	50

Capitolo 4	Qualche approfondimento. Le funzioni quasi elementari	59
-------------------	--	-----------

[Guerraggio]

4.1	Introduzione	59
4.2	Entra in scena l'infinito	60
4.3	Estremo superiore e inferiore	61
4.4	Valore assoluto (o modulo) di un numero reale	64
4.5	Gli intorni di un numero reale	65
4.6	Funzioni quasi elementari	70
	Riepilogo e verifiche	77

Capitolo 5	La definizione di limite	83
-------------------	---------------------------------	-----------

[Guerraggio]

5.1	Una definizione informale	83
5.2	Una definizione unitaria	84
5.3	Dal generale al particolare	85
5.4	Limite destro e limite sinistro. Limite per difetto e limite per eccesso	87
5.5	Limiti di successioni	89
5.6	Esistenza e unicità del limite	89
5.7	Appendice: le dimostrazioni	92
	Riepilogo e verifiche	94

Capitolo 6	Le funzioni continue e il calcolo dei limiti	97
-------------------	---	-----------

[Guerraggio]

6.1	Le funzioni continue	97
6.2	Proprietà delle funzioni continue definite su un insieme chiuso e limitato	100

6.3	Il teorema sulle operazioni con i limiti e le forme di indecisione	101
6.4	Infiniti e infinitesimi	104
6.5	Il simbolo o	108
6.6	Appendice: le dimostrazioni	110
	Riepilogo e verifiche	112

Capitolo 7	Le derivate	119
-------------------	--------------------	------------

[Guerraggio]

7.1	Introduzione	119
7.2	La definizione di derivata	119
7.3	Significato geometrico della derivata	124
7.4	Il calcolo delle derivate	126
7.5	Derivabilità e continuità	130
7.6	Derivate successive	131
7.7	Appendice: le dimostrazioni	131
	Riepilogo e verifiche	132

Capitolo 8	Le derivate vengono usate per...	137
-------------------	---	------------

[Guerraggio]

8.1	Introduzione	137
8.2	I teoremi di Rolle e Lagrange	138
8.3	I teoremi di De l'Hôpital	141
8.4	Il teorema di Taylor	144
8.5	Il calcolo dei limiti: le forme di indecisione	148
8.6	Ricerca dei punti di massimo e di minimo di una funzione	153
8.7	Problemi di ottimo	157
8.8	Convessità e concavità di una funzione. Punti di flesso	160
8.9	Lo studio di funzione	163
8.10	Appendice: le dimostrazioni	170
	Riepilogo e verifiche	177

Capitolo 9	Si torna indietro	181
	<i>[Guerraggio]</i>	
9.1	Le anti-derivate	181
9.2	Le anti-derivate immediate	182
9.3	Le anti-derivate quasi immediate	184
9.4	Le anti-derivate delle funzioni $f(x) = P_1(x)/P_2(x)$	186
9.5	Integrazione per parti	189
9.6	Integrazione per sostituzione	190
9.7	Appendice: le dimostrazioni	192
	Riepilogo e verifiche	194
Capitolo 10	L'integrale definito	199
	<i>[Guerraggio]</i>	
10.1	Introduzione	199
10.2	La costruzione e la definizione dell'integrale definito	201
10.3	Le proprietà dell'integrale definito	205
10.4	Ma quando esiste l'integrale definito di una funzione?	205
10.5	Il calcolo di un integrale definito	206
10.6	Gli integrali generalizzati (o impropri)	209
10.7	Appendice: le dimostrazioni	214
	Riepilogo e verifiche	217
Capitolo 8	Funzioni di più variabili	267
	<i>[Sydsæter, Hammond, Strøm]</i>	
8.1	Funzioni di due variabili	267
8.1.1	Domini	269
8.2	Derivate parziali delle funzioni di due variabili	270
8.2.1	Definizione rigorosa di derivata parziale	272
8.2.2	Derivate parziali di ordine superiore al primo	273
8.3	Rappresentazione geometrica	275
8.3.1	Grafico di una funzione di due variabili	276
8.3.2	Curve di livello	276
8.3.3	Interpretazione geometrica delle derivate parziali	279

8.4 Superfici e distanza	280
8.4.1 Formula della distanza	281
8.5 Funzioni di n variabili	283
8.5.1 Continuità	285
8.5.2 Spazio euclideo n -dimensionale	285
8.6 Derivate parziali delle funzioni di n variabili	286
8.6.1 Teorema di Young	287
8.6.2 Definizione rigorosa di derivata parziale	288
8.7 Applicazioni economiche	289
8.8 Elasticità parziali	290
8.8.1 Due variabili	290
8.8.2 n variabili	291

Capitolo 10 Ottimizzazione in più variabili **335**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

10.1 Due variabili: condizioni necessarie	335
10.2 Due variabili: condizioni sufficienti	339
10.3 Punti di estremo locale	342
10.3.1 Dimostrazione del test delle derivate parziali del secondo ordine per punti di estremo locale interni	345
10.4 Modelli lineari con obiettivi quadratici	346
10.5 Teorema dei valori estremi (o di Weierstrass)	351
10.5.1 Calcolo del valore massimo e del valore minimo	353
10.6 Tre o più variabili	354
10.6.1 Un risultato utile	356
10.7 Statica comparata e teorema dell'involuppo	357

Capitolo 13 Funzioni di due variabili **271**

[Guerraggio]

13.1 Introduzione	271
13.2 Le funzioni continue	272
13.3 Le derivate parziali	274
13.4 Massimi e minimi liberi	279
13.5 Massimi e minimi vincolati	283

13.6	Massimi e minimi in una regione	286
13.7	Un'introduzione alla programmazione lineare	288
	Riepilogo e verifiche	290

Capitolo 11	Ottimizzazione vincolata	363
--------------------	---------------------------------	------------

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

11.1	Metodo dei moltiplicatori di Lagrange	363
11.2	Interpretazione dei moltiplicatori di Lagrange	368
11.3	Problemi con più di una soluzione	369
11.4	Perché il metodo dei moltiplicatori di Lagrange funziona	371
11.4.1	Spiegazione geometrica	371
11.4.2	Spiegazione analitica	372
11.5	Condizioni sufficienti	374
11.5.1	Funzione lagrangiana concava/convessa	375
11.5.2	Condizioni sufficienti locali del secondo ordine	375
11.6	Variabili e vincoli supplementari	377
11.6.1	Più vincoli	379
11.7	Statica comparata	381
11.7.1	Teorema dell' involuppo	382
11.8	Vincoli di disuguaglianza: un caso semplice	384
11.8.1	Perché il procedimento funziona?	388
11.9	Più di un vincolo di disuguaglianza	389
11.9.1	Proprietà della funzione valore	393
11.10	Vincoli di non negatività	393

Capitolo 12	Algebra lineare: matrici e vettori	399
--------------------	---	------------

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

12.1	Sistemi di equazioni lineari	399
12.2	Algebra delle matrici	400
12.2.1	Operazioni con le matrici	402
12.3	Moltiplicazione tra matrici	403
12.3.1	Sistemi di equazioni lineari e matrici	406
12.4	Regole per la moltiplicazione tra matrici	407
12.4.1	Potenze di matrici	409
12.4.2	Matrice identità	409
12.4.3	Errori da evitare	410

12.5 Matrice trasposta	412
12.5.1 Matrici simmetriche	413
12.6 Metodo di eliminazione di Gauss	414
12.7 Vettori	418
12.7.1 Operazioni con i vettori	419
12.7.2 Prodotto interno	419
12.8 Interpretazione geometrica dei vettori	421
12.8.1 Operazioni con i vettori	422
12.8.2 Spazio euclideo tridimensionale ed n-dimensionale	423
12.8.3 Lunghezza dei vettori e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz	423
12.8.4 Ortogonalità	423
12.9 Rette e piani	425
12.9.1 Iperpiani	426

Capitolo 13 Algebra lineare: determinante e matrice inversa	431
--	------------

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

13.1 Determinanti di ordine 2	431
13.1.1 Interpretazione geometrica	433
13.2 Determinanti di ordine 3	433
13.2.1 Calcolo mediante cofattori o complementi algebrici	434
13.2.2 Interpretazione geometrica	436
13.2.3 Regola di Sarrus	436
13.3 Determinanti di ordine n	437
13.4 Proprietà dei determinanti	439
13.5 Cofattori, o complementi algebrici	442
13.5.1 Calcolo mediante cofattori di linea diversa	444
13.6 Matrice inversa	445
13.6.1 Alcune utili conseguenze	447
13.6.2 Proprietà della matrice inversa	448
13.6.3 Risoluzione di sistemi di equazioni lineari con le matrici inverse	449
13.7 Formula generale per il calcolo della matrice inversa	450
13.7.1 Calcolo della matrice inversa mediante operazioni elementari sulle righe	451
13.8 Regola di Cramer	452
13.8.1 Sistemi omogenei di equazioni lineari	454
13.9 Modello di Leontief	455
13.9.1 Generalizzazione del modello di Leontief	456

Capitolo 7 Elementi di matematica finanziaria 243*[Sydsæter, Hammond, Strøm]*

7.1 Periodi di capitalizzazione e tassi di interesse	243
7.1.1 Tasso annuo effettivo di interesse	245
7.2 Interesse composto	246
7.2.1 Confrontare diversi periodi di capitalizzazione	247
7.3 Valore attuale	247
7.4 Serie geometriche finite ed infinite	249
7.4.1 Serie geometriche finite, o progressioni geometriche	249
7.4.2 Seri e geometriche infinite, o serie geometriche	251
7.4.3 Serie	253
7.5 Valore attuale e montante di una rendita	254
7.5.1 Valore attuale di un flusso continuo di pagamenti	257
7.6 Mutui	258
7.6.1 Depositi durante il periodo di capitalizzazione	261
7.7 Tasso interno di rendimento	261
7.8 Un'occhiata alle equazioni alle differenze	263
7.8.1 Equazioni alle differenze lineari del primo ordine con coefficienti costanti	264
7.8.2 Equilibrio e stabilità	265

MyMathLab

Il codice presente sulla copertina di questo libro ti permette di accedere per 18 mesi alla piattaforma digitale **MyMathLab**, specificatamente pensata per accompagnare e verificare i tuoi progressi in matematica, fornendo tutti gli strumenti necessari a facilitare il tuo percorso di studio e migliorare la tua esperienza d'apprendimento.

MyMathLab: l'importanza di esercitarsi nel modo giusto

Dalla sua nascita, nel lontano 2001, MyMathLab ha già aiutato più di 9 milioni di studenti in oltre 1900 college e università sparse per il mondo a superare le difficoltà spesso associate con l'apprendimento della matematica, valorizzando le energie spese nelle attività di studio e consentendo a tutti di raggiungere i risultati sperati, nei tempi e nei modi compatibili con le esigenze di ciascuno. MyMathLab ti coinvolgerà in un'esperienza di apprendimento attivo, modulare, personalizzato, sempre e ovunque accessibile via cloud, ritagliato sul tuo stile di apprendimento.

MyMathLab ti offre un'opportunità unica

- Esercizi e problemi interattivi, direttamente collegati agli obiettivi d'apprendimento fondamentali per il tuo corso di matematica, si correggono automaticamente e si rigenerano a ogni tuo tentativo di risoluzione, permettendoti di recuperare i punti deboli, consolidare e verificare le conoscenze acquisite.
- I sussidi didattici, esempi svolti, svolgimenti guidati e interattivi ti accompagnano nella grande maggioranza degli esercizi con feedback e suggerimenti in tempo reale per aiutarti nella comprensione delle tecniche risolutive.
- Il sistema di tutoring adatta il piano di studi ai tempi e alle modalità particolari del tuo apprendimento, registra e analizza i tuoi risultati, ti segnala costantemente i progressi e le difficoltà proponendoti nuove esercitazioni sui temi che necessitano di maggiore impegno.
- Il corso del tuo docente sempre con te, con il calendario dettagliato delle esercitazioni e dei test assegnati, le scadenze e i risultati, gli avvisi in bacheca e i materiali didattici da condividere.

MyMathLab Italiano

4.3 Applicazione delle derivate: calcolo dei limiti

Aluto - Doriana Costa - 25/03/15 15:43

Obiettivo: Polinomi di Taylor e di MacLaurin

Calcola i polinomi di Taylor di ordine 0, 1, 2 e 3 generati dalla funzione $f(x) = \ln(1+7x)$ in $a=0$.

Polinomio di Taylor di ordine 0: $P_0(x) = \square$.

Risoluzione guidata

Calcola i polinomi di Taylor di ordine 0, 1, 2 e 3 generati dalla funzione $f(x) = \ln(1+7x)$ in $a=0$.

Sia f una funzione derivabile k volte, con $k=1, 2, \dots, N$, in un intorno del punto a . Allora per ogni intero n compreso fra 0 e N , il polinomio di Taylor di ordine n generato dalla funzione f in $x=a$ è il seguente:

$$P_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n.$$

Calcola la derivata prima di $\ln(1+7x)$.

$$f'(x) = \left(\ln(1+7x) \right)' = \frac{7}{1+7x}.$$

Calcola la derivata seconda.

$$f''(x) = \left(\frac{7}{1+7x} \right)' = \frac{7}{(1+7x)^2}.$$

❌ Siete, non è corretto.

Ricorda che la derivata di $\frac{1}{x^n}$ è $-\frac{n}{x^{n+1}}$. Utilizza questa regola e quella della catena per trovare la derivata.

Operazione completata

Inserire un numero o un'espressione qualsiasi nel campo di modifica, quindi fare clic su Verifica risposta.

9 parti rimanenti

Verifica risposta

Chiudi

MyMathLab è un sistema di tutoring integrato e completamente online, costruito attorno al tuo libro di testo per offrirti la possibilità di ottenere il controllo diretto sul tuo processo di apprendimento e la certezza del successo finale.

La homepage del corso

Accedendo al corso associato al tuo libro di testo – o a quello personalizzato dal tuo docente – entri in un ambiente completo e intuitivo che ti aiuta a coordinare l'esercitazione autonoma, lo svolgimento e la revisione delle attività suggerite dal tutor elettronico o assegnate dal tuo docente, il controllo dei risultati ottenuti e della loro progressione, la consultazione del tuo manuale di teoria e delle risorse didattiche aggiuntive, l'eventuale interazione con il docente e con il gruppo di studio.

The screenshot shows the MyMathLab student interface. On the left is a sidebar menu with 'STUDENTE' at the top, followed by 'Home', 'Piano di studi', 'Calendario', 'Attività', 'Risultati', and 'Risorse studente'. The main content area is titled 'ottobre / novembre' and features a calendar grid. Below the calendar are sections for 'Prossime attività' (listing TF1 and TF2), 'I miei risultati' (showing 0% completion), 'Cronologia del corso' (a progress bar), 'I miei progressi' (showing 0/10 for exercises, 0/9 for tests, and 0/261 for the study plan), and 'Avvisi' (announcing a final test on November 27th). Annotations with arrows point to various elements: 'Piano di studi' points to the sidebar; 'Prossime attività' points to the list of tests; 'I miei risultati' points to the progress bar; 'I miei progressi' points to the progress bar; 'Avvisi' points to the announcement box; and 'Piano di studi' points to the study plan progress bar.

esercitati autonomamente
accedendo al tuo **piano di studi**

tieni sotto controllo le **attività**
programmate dal tuo docente

utilizza i **materiali**
multimediali caricati dal
docente a integrazione della
didattica

visualizza l'andamento delle tue
attività o consulta il **dettaglio**
analitico dei tuoi risultati

controlla gli avvisi del tuo
docente

Il piano di studi e l'esercitazione autonoma

All'interno del piano di studi del tuo corso trovi l'indice dei contenuti che puoi utilizzare per esercitarti in autonomia e indipendentemente dalle attività assegnate dal docente. Gli esercizi sono indicizzati in modo chiaro, attraverso una classificazione per capitoli, sezioni e obiettivi specifici che rende immediata la loro fruizione. È inoltre possibile lasciare al sistema di tutoring il compito di guidarti passo a passo nel completamento del piano di studi, mediante un programma di esercitazioni e test di autoverifica (Quiz Me) automatizzati.