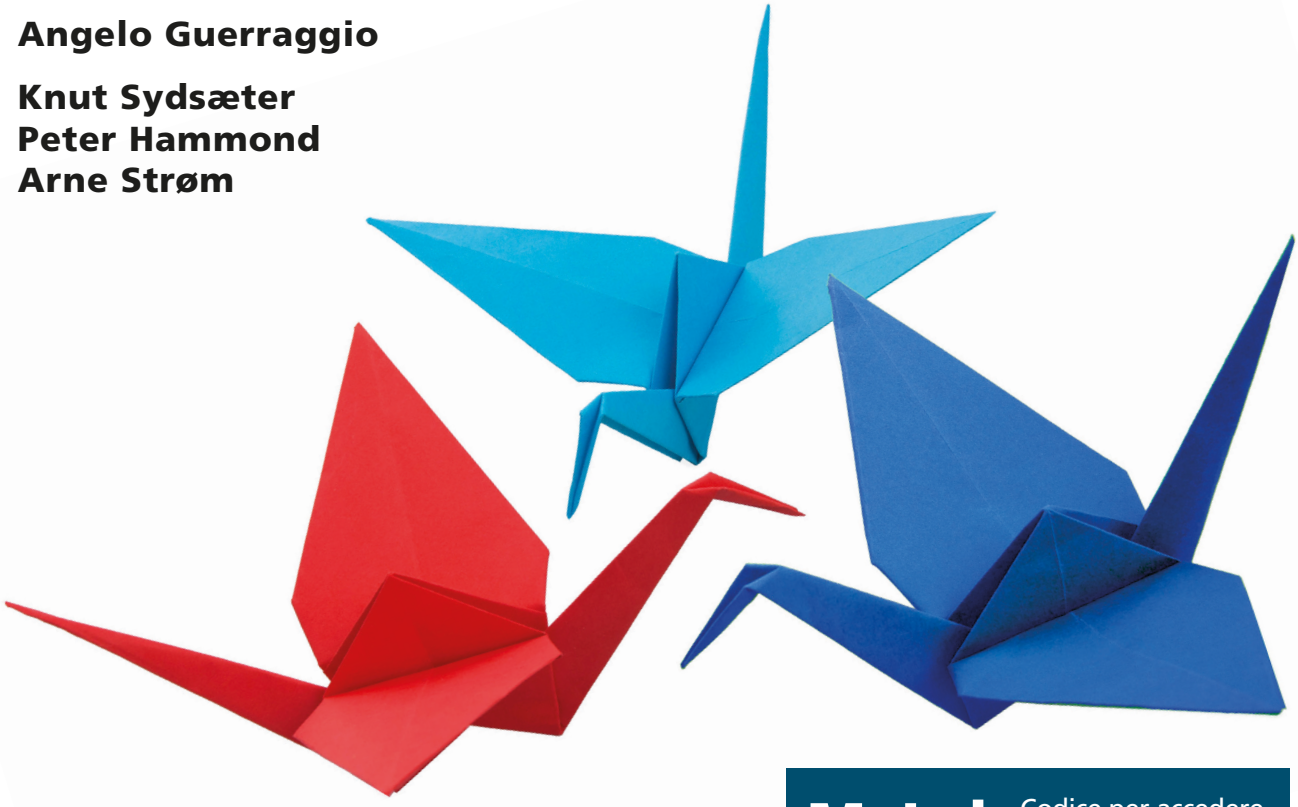
Matematica

Corso di Laurea Triennale in Economia & Management
Prof. Giovanni Puccetti
Università degli Studi di Milano

Angelo Guerraggio

Knut Sydsæter
Peter Hammond
Arne Strøm



MyLab Codice per accedere alla piattaforma

PEARSON·TEXT·BUILDER

Sommario

Pearson MyLab XV

Capitolo 0 Elementi di matematica elementare 1

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

0.1 Numeri reali 1

0.2 Potenze con esponente intero 3
0.2.1 Proprietà delle potenze 4
0.2.2 Interesse composto 5

0.3 Regole algebriche 6
0.3.1 Espressioni algebriche 8
0.3.2 Fattorizzazione 8

0.4 Frazioni 8
0.4.1 Una nota importante 10

0.5 Potenze frazionarie 11
0.5.1 Radici *n*-esime 12

0.6 Disuguaglianze 13
0.6.1 Diagrammi del segno 14
0.6.2 Disuguaglianze doppie 16

0.7 Intervalli e valori assoluti 16
0.7.1 Valore assoluto 17

0.8 Come risolvere semplici equazioni 18

0.9 Equazioni parametriche 19

0.10 Equazioni di secondo grado 19

0.11 Equazioni lineari in due incognite 21

0.12 Divisione per zero 23

0.13 Simbolo di sommatoria 23

0.14 Regole per le sommatorie. Formula binomiale di Newton 24
0.14.1 Alcune utili formule 25
0.14.2 Formula binomiale di Newton 26

0.15 Somme doppie 27

0.16 Elementi di logica **28**
0.16.1 Proposizioni 28
0.16.2 Implicazioni 28
0.16.3 Condizioni necessarie e sufficienti 29

0.17 Dimostrazioni matematiche **29**
0.17.1 Ragionamento deduttivo e ragionamento induttivo 30

0.18 Elementi di teoria degli insiemi **30**
0.18.1 Insiemi definiti mediante le proprietà degli elementi 31
0.18.2 Appartenenza ad un insieme 31
0.18.3 Operazioni insiemistiche 32
0.18.4 Diagrammi di Venn 32

0.19 Induzione matematica **34**

Capitolo 1 Funzioni di una variabile **37**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

1.1 Introduzione **37**

1.2 Definizioni di base **38**
1.2.1 Notazione funzionale 39
1.2.2 Dominio e insieme immagine 40

1.3 Grafici di funzioni **42**
1.3.1 Alcuni grafici importanti 43

1.4 Funzioni lineari **44**
1.4.1 Formule “punto-pendenza” e “punto-punto” 46
1.4.2 Soluzioni grafiche di equazioni lineari 47
1.4.3 Disequazioni lineari 48

1.5 Modelli lineari **49**

1.6 Funzioni quadratiche **52**
1.6.1 Problemi di ottimizzazione quadratica in economia 53

1.7 Polinomi **56**
1.7.1 Polinomi in generale 56
1.7.2 Fattorizzazione di polinomi 57
1.7.3 Divisione tra polinomi 59
1.7.4 Divisione con resto tra polinomi 60
1.7.5 Funzioni razionali 60

1.8 Funzioni potenza **61**
1.8.1 Grafici di funzioni potenza 62

1.9 Funzioni esponenziali **63**
1.9.1 Funzione esponenziale naturale 65

1.10 Funzioni logaritmiche **66**
1.10.1 Funzione logaritmo naturale 69
1.10.2 Logaritmi con basi diverse da *e* 69

Capitolo 2 Proprietà delle funzioni **73**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

2.1 "Spostare" grafici **73**

2.2 Operazioni tra funzioni **77**
2.2.1 Prodotti e quozienti 78
2.2.2 Funzioni composte 79
2.2.3 Simmetria 80

2.3 Funzioni inverse **80**
2.3.1 Caratterizzazione geometrica delle funzioni inverse 82

2.4 Curve nel piano **84**
2.4.1 Test della retta verticale 86
2.4.2 Scelta delle unità di misura 86
2.4.3 Funzioni definite a tratti 86

2.5 Distanza nel piano. Circonferenze **87**
2.5.1 Circonferenze 88
2.5.2 Ellissi ed iperboli 89

2.6 Definizione generale di funzione **90**
2.6.1 Funzioni inverse 92

Capitolo 3 Le funzioni elementari **25**

[Guerraggio]

3.1 Funzioni crescenti e decrescenti **25**

3.2 Funzioni convesse e concave **26**

3.3 Funzioni pari e dispari **26**

3.4 Le funzioni lineari **27**

3.5 Le funzioni quadratiche **30**

3.6 Le iperboli **31**

3.7 Le funzioni potenza: quando l'esponente è intero (e positivo) **34**

3.8 Le funzioni potenza: quando l'esponente è frazionario (e positivo) **35**

3.9 La funzione esponenziale **37**

3.10 La funzione logaritmica **41**
3.11 Le funzioni trigonometriche **46**
Riepilogo e verifiche **50**

Capitolo 4 Qualche approfondimento. Le funzioni quasi elementari **59**

[Guerraggio]

4.1 Introduzione **59**
4.2 Entra in scena l'infinito **60**
4.3 Estremo superiore e inferiore **61**
4.4 Valore assoluto (o modulo) di un numero reale **64**
4.5 Gli intorni di un numero reale **65**
4.6 Funzioni quasi elementari **70**
Riepilogo e verifiche **77**

Capitolo 5 La definizione di limite **83**

[Guerraggio]

5.1 Una definizione informale **83**
5.2 Una definizione unitaria **84**
5.3 Dal generale al particolare **85**
5.4 Limite destro e limite sinistro. Limite per difetto e limite per eccesso **87**
5.5 Limiti di successioni **89**
5.6 Esistenza e unicità del limite **89**
5.7 Appendice: le dimostrazioni **92**
Riepilogo e verifiche **94**

Capitolo 6 Le funzioni continue e il calcolo dei limiti **97**

[Guerraggio]

6.1 Le funzioni continue **97**
6.2 Proprietà delle funzioni continue definite su un insieme chiuso e limitato **100**

6.3 Il teorema sulle operazioni con i limiti e le forme di indecisione **101**
6.4 Infiniti e infinitesimi **104**
6.5 Il simbolo *o* **108**
6.6 Appendice: le dimostrazioni **110**
Riepilogo e verifiche **112**

Capitolo 7 Le derivate **119**

[Guerraggio]

7.1 Introduzione **119**
7.2 La definizione di derivata **119**
7.3 Significato geometrico della derivata **124**
7.4 Il calcolo delle derivate **126**
7.5 Derivabilità e continuità **130**
7.6 Derivate successive **131**
7.7 Appendice: le dimostrazioni **131**
Riepilogo e verifiche **132**

Capitolo 8 Le derivate vengono usate per… **137**

[Guerraggio]

8.1 Introduzione **137**
8.2 I teoremi di Rolle e Lagrange **138**
8.3 I teoremi di De l'Hôpital **141**
8.4 Il teorema di Taylor **144**
8.5 Il calcolo dei limiti: le forme di indecisione **148**
8.6 Ricerca dei punti di massimo e di minimo di una funzione **153**
8.7 Problemi di ottimo **157**
8.8 Convessità e concavità di una funzione. Punti di flesso **160**
8.9 Lo studio di funzione **163**
8.10 Appendice: le dimostrazioni **170**
Riepilogo e verifiche **177**

Capitolo 9 Si torna indietro **181**

[Guerraggio]

9.1 Le anti-derivate **181**

9.2 Le anti-derivate immediate **182**

9.3 Le anti-derivate quasi immediate **184**

9.4 Le anti-derivate delle funzioni $f(x) = P_1(x)/P_2(x)$ **186**

9.5 Integrazione per parti **189**

9.6 Integrazione per sostituzione **190**

9.7 Appendice: le dimostrazioni **192**

Riepilogo e verifiche **194**

Capitolo 10 L'integrale definito **199**

[Guerraggio]

10.1 Introduzione **199**

10.2 La costruzione e la definizione dell'integrale definito **201**

10.3 Le proprietà dell'integrale definito **205**

10.4 Ma quando esiste l'integrale definito di una funzione? **205**

10.5 Il calcolo di un integrale definito **206**

10.6 Gli integrali generalizzati (o impropri) **209**

10.7 Appendice: le dimostrazioni **214**

Riepilogo e verifiche **217**

Capitolo 8 Funzioni di più variabili **267**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

8.1 Funzioni di due variabili **267**

8.1.1 Domini 269

8.2 Derivate parziali delle funzioni di due variabili **270**

8.2.1 Definizione rigorosa di derivata parziale 272

8.2.2 Derivate parziali di ordine superiore al primo 273

8.3 Rappresentazione geometrica **275**

8.3.1 Grafico di una funzione di due variabili 276

8.3.2 Curve di livello 276

8.3.3 Interpretazione geometrica delle derivate parziali 279

8.4 Superfici e distanza **280**
8.4.1 Formula della distanza 281

8.5 Funzioni di n variabili **283**
8.5.1 Continuità 285
8.5.2 Spazio euclideo *n*-dimensionale 285

8.6 Derivate parziali delle funzioni di *n* variabili **286**
8.6.1 Teorema di Young 287
8.6.2 Definizione rigorosa di derivata parziale 288

8.7 Applicazioni economiche **289**

8.8 Elasticità parziali **290**
8.8.1 Due variabili 290
8.8.2 *n* variabili 291

Capitolo 10 Ottimizzazione in più variabili **335**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

10.1 Due variabili: condizioni necessarie **335**

10.2 Due variabili: condizioni sufficienti **339**

10.3 Punti di estremo locale **342**
10.3.1 Dimostrazione del test delle derivate parziali del secondo ordine per punti di estremo locale interni 345

10.4 Modelli lineari con obiettivi quadratici **346**

10.5 Teorema dei valori estremi (o di Weierstrass) **351**
10.5.1 Calcolo del valore massimo e del valore minimo 353

10.6 Tre o più variabili **354**
10.6.1 Un risultato utile 356

10.7 Statica comparata e teorema dell'inviluppo **357**

Capitolo 13 Funzioni di due variabili **271**

[Guerraggio]

13.1 Introduzione **271**

13.2 Le funzioni continue **272**

13.3 Le derivate parziali **274**

13.4 Massimi e minimi liberi **279**

13.5 Massimi e minimi vincolati **283**

13.6 Massimi e minimi in una regione **286**
13.7 Un'introduzione alla programmazione lineare **288**
Riepilogo e verifiche **290**

Capitolo 11 Ottimizzazione vincolata **363**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

11.1 Metodo dei moltiplicatori di Lagrange **363**
11.2 Interpretazione dei moltiplicatori di Lagrange **368**
11.3 Problemi con più di una soluzione **369**
11.4 Perché il metodo dei moltiplicatori di Lagrange funziona **371**
11.4.1 Spiegazione geometrica 371
11.4.2 Spiegazione analitica 372
11.5 Condizioni sufficienti **374**
11.5.1 Funzione lagrangiana concava/convessa 375
11.5.2 Condizioni sufficienti locali del secondo ordine 375
11.6 Variabili e vincoli supplementari **377**
11.6.1 Più vincoli 379
11.7 Statica comparata **381**
11.7.1 Teorema dell' inviluppo 382
11.8 Vincoli di disuguaglianza: un caso semplice **384**
11.8.1 Perché il procedimento funziona? 388
11.9 Più di un vincolo di disuguaglianza **389**
11.9.1 Proprietà della funzione valore 393
11.10 Vincoli di non negatività **393**

Capitolo 12 Algebra lineare: matrici e vettori **399**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

12.1 Sistemi di equazioni lineari **399**
12.2 Algebra delle matrici **400**
12.2.1 Operazioni con le matrici 402
12.3 Moltiplicazione tra matrici **403**
12.3.1 Sistemi di equazioni lineari e matrici 406
12.4 Regole per la moltiplicazione tra matrici **407**
12.4.1 Potenze di matrici 409
12.4.2 Matrice identità 409
12.4.3 Errori da evitare 410

12.5 Matrice trasposta 412
12.5.1 Matrici simmetriche 413

12.6 Metodo di eliminazione di Gauss 414

12.7 Vettori 418
12.7.1 Operazioni con i vettori 419
12.7.2 Prodotto interno 419

12.8 Interpretazione geometrica dei vettori 421
12.8.1 Operazioni con i vettori 422
12.8.2 Spazio euclideo tridimensionale ed n-dimensionale 423
12.8.3 Lunghezza dei vettori e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz 423
12.8.4 Ortogonalità 423

12.9 Rette e piani 425
12.9.1 Iperpiani 426

Capitolo 13 Algebra lineare: determinante e matrice inversa 431

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

13.1 Determinanti di ordine 2 431
13.1.1 Interpretazione geometrica 433

13.2 Determinanti di ordine 3 433
13.2.1 Calcolo mediante cofattori o complementi algebrici 434
13.2.2 Interpretazione geometrica 436
13.2.3 Regola di Sarrus 436

13.3 Determinanti di ordine n 437

13.4 Proprietà dei determinanti 439

13.5 Cofattori, o complementi algebrici 442
13.5.1 Calcolo mediante cofattori di linea diversa 444

13.6 Matrice inversa 445
13.6.1 Alcune utili conseguenze 447
13.6.2 Proprietà della matrice inversa 448
13.6.3 Risoluzione di sistemi di equazioni lineari con le matrici inverse 449

13.7 Formula generale per il calcolo della matrice inversa 450
13.7.1 Calcolo della matrice inversa mediante operazioni elementari sulle righe 451

13.8 Regola di Cramer 452
13.8.1 Sistemi omogenei di equazioni lineari 454

13.9 Modello di Leontief 455
13.9.1 Generalizzazione del modello di Leontief 456

Capitolo 7 Elementi di matematica finanziaria 243

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

7.1 Periodi di capitalizzazione e tassi di interesse 243
7.1.1 Tasso annuo effettivo di interesse 245

7.2 Interesse composto 246
7.2.1 Confrontare diversi periodi di capitalizzazione 247

7.3 Valore attuale 247

7.4 Serie geometriche finite ed infinite 249
7.4.1 Serie geometriche finite, o progressioni geometriche 249
7.4.2 Seri e geometriche infinite, o serie geometriche 251
7.4.3 Serie 253

7.5 Valore attuale e montante di una rendita 254
7.5.1 Valore attuale di un flusso continuo di pagamenti 257

7.6 Mutui 258
7.6.1 Depositi durante il periodo di capitalizzazione 261

7.7 Tasso interno di rendimento 261

7.8 Un'occhiata alle equazioni alle differenze 263
7.8.1 Equazioni alle differenze lineari del primo ordine con coefficienti costanti 264
7.8.2 Equilibrio e stabilità 265