

Matematica

Corso di Laurea Triennale in Economia & Management
Prof. Giovanni Puccetti
Università degli Studi di Milano

Angelo Guerraggio

Knut Sydsæter
Peter Hammond
Arne Strøm



MyLab Codice per accedere
alla piattaforma



PEARSON·TEXT·BUILDER

Sommario

Pearson MyLab

XV

Capitolo 0 Elementi di matematica elementare 1

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

0.1 Numeri reali	1
0.2 Potenze con esponente intero	3
0.2.1 Proprietà delle potenze	4
0.2.2 Interesse composto	5
0.3 Regole algebriche	6
0.3.1 Espressioni algebriche	8
0.3.2 Fattorizzazione	8
0.4 Frazioni	8
0.4.1 Una nota importante	10
0.5 Potenze frazionarie	11
0.5.1 Radici n -esime	12
0.6 Disuguaglianze	13
0.6.1 Diagrammi del segno	14
0.6.2 Disuguaglianze doppie	16
0.7 Intervalli e valori assoluti	16
0.7.1 Valore assoluto	17
0.8 Come risolvere semplici equazioni	18
0.9 Equazioni parametriche	19
0.10 Equazioni di secondo grado	19
0.11 Equazioni lineari in due incognite	21
0.12 Divisione per zero	23
0.13 Simbolo di sommatoria	23
0.14 Regole per le sommatorie. Formula binomiale di Newton	24
0.14.1 Alcune utili formule	25
0.14.2 Formula binomiale di Newton	26
0.15 Somme doppie	27

0.16 Elementi di logica	28
0.16.1 Proposizioni	28
0.16.2 Implicazioni	28
0.16.3 Condizioni necessarie e sufficienti	29
0.17 Dimostrazioni matematiche	29
0.17.1 Ragionamento deduttivo e ragionamento induttivo	30
0.18 Elementi di teoria degli insiemi	30
0.18.1 Insiemi definiti mediante le proprietà degli elementi	31
0.18.2 Appartenenza ad un insieme	31
0.18.3 Operazioni insiemistiche	32
0.18.4 Diagrammi di Venn	32
0.19 Induzione matematica	34

Capitolo 1 Funzioni di una variabile **37**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

1.1 Introduzione	37
1.2 Definizioni di base	38
1.2.1 Notazione funzionale	39
1.2.2 Dominio e insieme immagine	40
1.3 Grafici di funzioni	42
1.3.1 Alcuni grafici importanti	43
1.4 Funzioni lineari	44
1.4.1 Formule “punto-pendenza” e “punto-punto”	46
1.4.2 Soluzioni grafiche di equazioni lineari	47
1.4.3 Disequazioni lineari	48
1.5 Modelli lineari	49
1.6 Funzioni quadratiche	52
1.6.1 Problemi di ottimizzazione quadratica in economia	53
1.7 Polinomi	56
1.7.1 Polinomi in generale	56
1.7.2 Fattorizzazione di polinomi	57
1.7.3 Divisione tra polinomi	59
1.7.4 Divisione con resto tra polinomi	60
1.7.5 Funzioni razionali	60
1.8 Funzioni potenza	61
1.8.1 Grafici di funzioni potenza	62
1.9 Funzioni esponenziali	63
1.9.1 Funzione esponenziale naturale	65

1.10 Funzioni logaritmiche	66
1.10.1 Funzione logaritmo naturale	69
1.10.2 Logaritmi con basi diverse da e	69

Capitolo 2 Proprietà delle funzioni **73**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

2.1 “Spostare” grafici	73
2.2 Operazioni tra funzioni	77
2.2.1 Prodotti e quozienti	78
2.2.2 Funzioni composte	79
2.2.3 Simmetria	80
2.3 Funzioni inverse	80
2.3.1 Caratterizzazione geometrica delle funzioni inverse	82
2.4 Curve nel piano	84
2.4.1 Test della retta verticale	86
2.4.2 Scelta delle unità di misura	86
2.4.3 Funzioni definite a tratti	86
2.5 Distanza nel piano. Circonferenze	87
2.5.1 Circonferenze	88
2.5.2 Ellissi ed iperboli	89
2.6 Definizione generale di funzione	90
2.6.1 Funzioni inverse	92

Capitolo 3 Le funzioni elementari **25**

[Guerraggio]

3.1 Funzioni crescenti e decrescenti	25
3.2 Funzioni convesse e concave	26
3.3 Funzioni pari e dispari	26
3.4 Le funzioni lineari	27
3.5 Le funzioni quadratiche	30
3.6 Le iperboli	31
3.7 Le funzioni potenza: quando l'esponente è intero (e positivo)	34
3.8 Le funzioni potenza: quando l'esponente è frazionario (e positivo)	35
3.9 La funzione esponenziale	37

3.10	La funzione logaritmica	41
3.11	Le funzioni trigonometriche	46
	Riepilogo e verifiche	50
Capitolo 4 Qualche approfondimento. Le funzioni quasi elementari		59
	<i>[Guerraggio]</i>	
4.1	Introduzione	59
4.2	Entra in scena l'infinito	60
4.3	Estremo superiore e inferiore	61
4.4	Valore assoluto (o modulo) di un numero reale	64
4.5	Gli intorno di un numero reale	65
4.6	Funzioni quasi elementari	70
	Riepilogo e verifiche	77
Capitolo 5 La definizione di limite		83
	<i>[Guerraggio]</i>	
5.1	Una definizione informale	83
5.2	Una definizione unitaria	84
5.3	Dal generale al particolare	85
5.4	Limite destro e limite sinistro. Limite per difetto e limite per eccesso	87
5.5	Limiti di successioni	89
5.6	Esistenza e unicità del limite	89
5.7	Appendice: le dimostrazioni	92
	Riepilogo e verifiche	94
Capitolo 6 Le funzioni continue e il calcolo dei limiti		97
	<i>[Guerraggio]</i>	
6.1	Le funzioni continue	97
6.2	Proprietà delle funzioni continue definite su un insieme chiuso e limitato	100

6.3	Il teorema sulle operazioni con i limiti e le forme di indecisione	101
6.4	Infiniti e infinitesimi	104
6.5	Il simbolo o	108
6.6	Appendice: le dimostrazioni	110
	Riepilogo e verifiche	112

Capitolo 7 Le derivate **119**

[Guerraggio]

7.1	Introduzione	119
7.2	La definizione di derivata	119
7.3	Significato geometrico della derivata	124
7.4	Il calcolo delle derivate	126
7.5	Derivabilità e continuità	130
7.6	Derivate successive	131
7.7	Appendice: le dimostrazioni	131
	Riepilogo e verifiche	132

Capitolo 8 Le derivate vengono usate per... **137**

[Guerraggio]

8.1	Introduzione	137
8.2	I teoremi di Rolle e Lagrange	138
8.3	I teoremi di De l'Hôpital	141
8.4	Il teorema di Taylor	144
8.5	Il calcolo dei limiti: le forme di indecisione	148
8.6	Ricerca dei punti di massimo e di minimo di una funzione	153
8.7	Problemi di ottimo	157
8.8	Convessità e concavità di una funzione. Punti di flesso	160
8.9	Lo studio di funzione	163
8.10	Appendice: le dimostrazioni	170
	Riepilogo e verifiche	177

Capitolo 9 Si torna indietro 181

[Guerraggio]

9.1	Le anti-derivate	181
9.2	Le anti-derivate immediate	182
9.3	Le anti-derivate quasi immediate	184
9.4	Le anti-derivate delle funzioni $f(x) = P_1(x)/P_2(x)$	186
9.5	Integrazione per parti	189
9.6	Integrazione per sostituzione	190
9.7	Appendice: le dimostrazioni	192
	Riepilogo e verifiche	194

Capitolo 10 L'integrale definito 199

[Guerraggio]

10.1	Introduzione	199
10.2	La costruzione e la definizione dell'integrale definito	201
10.3	Le proprietà dell'integrale definito	205
10.4	Ma quando esiste l'integrale definito di una funzione?	205
10.5	Il calcolo di un integrale definito	206
10.6	Gli integrali generalizzati (o impropri)	209
10.7	Appendice: le dimostrazioni	214
	Riepilogo e verifiche	217

Capitolo 8 Funzioni di più variabili 267

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

8.1	Funzioni di due variabili	267
8.1.1	Domini	269
8.2	Derivate parziali delle funzioni di due variabili	270
8.2.1	Definizione rigorosa di derivata parziale	272
8.2.2	Derivate parziali di ordine superiore al primo	273
8.3	Rappresentazione geometrica	275
8.3.1	Grafico di una funzione di due variabili	276
8.3.2	Curve di livello	276
8.3.3	Interpretazione geometrica delle derivate parziali	279

8.4 Superfici e distanza	280
8.4.1 Formula della distanza	281
8.5 Funzioni di n variabili	283
8.5.1 Continuità	285
8.5.2 Spazio euclideo n -dimensionale	285
8.6 Derivate parziali delle funzioni di n variabili	286
8.6.1 Teorema di Young	287
8.6.2 Definizione rigorosa di derivata parziale	288
8.7 Applicazioni economiche	289
8.8 Elasticità parziali	290
8.8.1 Due variabili	290
8.8.2 n variabili	291
Capitolo 10 Ottimizzazione in più variabili	335
<i>[Sydsæter, Hammond, Strøm]</i>	
10.1 Due variabili: condizioni necessarie	335
10.2 Due variabili: condizioni sufficienti	339
10.3 Punti di estremo locale	342
10.3.1 Dimostrazione del test delle derivate parziali del secondo ordine per punti di estremo locale interni	345
10.4 Modelli lineari con obiettivi quadratici	346
10.5 Teorema dei valori estremi (o di Weierstrass)	351
10.5.1 Calcolo del valore massimo e del valore minimo	353
10.6 Tre o più variabili	354
10.6.1 Un risultato utile	356
10.7 Statica comparata e teorema dell'inviluppo	357
Capitolo 13 Funzioni di due variabili	271
<i>[Guerraggio]</i>	
13.1 Introduzione	271
13.2 Le funzioni continue	272
13.3 Le derivate parziali	274
13.4 Massimi e minimi liberi	279
13.5 Massimi e minimi vincolati	283

13.6	Massimi e minimi in una regione	286
13.7	Un'introduzione alla programmazione lineare	288
	Riepilogo e verifiche	290
Capitolo 11 Ottimizzazione vincolata		363
	<i>[Sydsæter, Hammond, Strøm]</i>	
11.1	Metodo dei moltiplicatori di Lagrange	363
11.2	Interpretazione dei moltiplicatori di Lagrange	368
11.3	Problemi con più di una soluzione	369
11.4	Perché il metodo dei moltiplicatori di Lagrange funziona	371
11.4.1	Spiegazione geometrica	371
11.4.2	Spiegazione analitica	372
11.5	Condizioni sufficienti	374
11.5.1	Funzione lagrangiana concava/convessa	375
11.5.2	Condizioni sufficienti locali del secondo ordine	375
11.6	Variabili e vincoli supplementari	377
11.6.1	Più vincoli	379
11.7	Statica comparata	381
11.7.1	Teorema dell' involuppo	382
11.8	Vincoli di disuguaglianza: un caso semplice	384
11.8.1	Perché il procedimento funziona?	388
11.9	Più di un vincolo di disuguaglianza	389
11.9.1	Proprietà della funzione valore	393
11.10	Vincoli di non negatività	393
Capitolo 12 Algebra lineare: matrici e vettori		399
	<i>[Sydsæter, Hammond, Strøm]</i>	
12.1	Sistemi di equazioni lineari	399
12.2	Algebra delle matrici	400
12.2.1	Operazioni con le matrici	402
12.3	Moltiplicazione tra matrici	403
12.3.1	Sistemi di equazioni lineari e matrici	406
12.4	Regole per la moltiplicazione tra matrici	407
12.4.1	Potenze di matrici	409
12.4.2	Matrice identità	409
12.4.3	Errori da evitare	410

12.5 Matrice trasposta	412
12.5.1 Matrici simmetriche	413
12.6 Metodo di eliminazione di Gauss	414
12.7 Vettori	418
12.7.1 Operazioni con i vettori	419
12.7.2 Prodotto interno	419
12.8 Interpretazione geometrica dei vettori	421
12.8.1 Operazioni con i vettori	422
12.8.2 Spazio euclideo tridimensionale ed n-dimensionale	423
12.8.3 Lunghezza dei vettori e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz	423
12.8.4 Ortogonalità	423
12.9 Rette e piani	425
12.9.1 Iperpiani	426

Capitolo 13 Algebra lineare: determinante e matrice inversa **431**

[Sydsæter, Hammond, Strøm]

13.1 Determinanti di ordine 2	431
13.1.1 Interpretazione geometrica	433
13.2 Determinanti di ordine 3	433
13.2.1 Calcolo mediante cofattori o complementi algebrici	434
13.2.2 Interpretazione geometrica	436
13.2.3 Regola di Sarrus	436
13.3 Determinanti di ordine n	437
13.4 Proprietà dei determinanti	439
13.5 Cofattori, o complementi algebrici	442
13.5.1 Calcolo mediante cofattori di linea diversa	444
13.6 Matrice inversa	445
13.6.1 Alcune utili conseguenze	447
13.6.2 Proprietà della matrice inversa	448
13.6.3 Risoluzione di sistemi di equazioni lineari con le matrici inverse	449
13.7 Formula generale per il calcolo della matrice inversa	450
13.7.1 Calcolo della matrice inversa mediante operazioni elementari sulle righe	451
13.8 Regola di Cramer	452
13.8.1 Sistemi omogenei di equazioni lineari	454
13.9 Modello di Leontief	455
13.9.1 Generalizzazione del modello di Leontief	456

Capitolo 7 Elementi di matematica finanziaria 243*[Sydsæter, Hammond, Strøm]*

7.1 Periodi di capitalizzazione e tassi di interesse	243
7.1.1 Tasso annuo effettivo di interesse	245
7.2 Interesse composto	246
7.2.1 Confrontare diversi periodi di capitalizzazione	247
7.3 Valore attuale	247
7.4 Serie geometriche finite ed infinite	249
7.4.1 Serie geometriche finite, o progressioni geometriche	249
7.4.2 Seri e geometriche infinite, o serie geometriche	251
7.4.3 Serie	253
7.5 Valore attuale e montante di una rendita	254
7.5.1 Valore attuale di un flusso continuo di pagamenti	257
7.6 Mutui	258
7.6.1 Depositi durante il periodo di capitalizzazione	261
7.7 Tasso interno di rendimento	261
7.8 Un'occhiata alle equazioni alle differenze	263
7.8.1 Equazioni alle differenze lineari del primo ordine con coefficienti costanti	264
7.8.2 Equilibrio e stabilità	265