

Matematica per le Applicazioni Economiche

Teoria ed esercizi

Università degli Studi Roma Tre

Loretta Mastroeni
Alessandro Mazzoccoli



PEARSON·TEXT·BUILDER

Sommario

Capitolo 1	Autovalori e autovettori	1
1.1	Autovalori e autovettori	1
1.2	Diagonalizzazione	3
1.3	Autovettore generalizzato	4
1.4	Autovettore complesso	5
1.5	Definitezza di una matrice	6
1.6	Esercizi svolti	8
1.7	Esercizi	12
Capitolo 2	Insiemi	13
2.1	Insiemi in \mathbb{R}^2	13
2.1.1	Insieme limitato	14
2.1.2	Insieme aperto	14
2.1.3	Insieme compatto	17
2.1.4	Insieme connesso	17
2.1.5	Insieme convesso	17
2.2	Spazi metrici	17
2.3	Spazi normati	18
2.4	Esercizi svolti	19
2.5	Esercizi	21
Capitolo 3	Funzioni di \mathbb{R}^2	23
3.1	Funzioni	23
3.2	Continuità	25
3.3	Esercizi svolti	26
3.4	Esercizi	29
Capitolo 4	Forme bilineari e quadratiche	31
4.1	Forme bilineari	31

4.2	Forme quadratiche	32
4.3	Segno di una forma quadratica	33
4.4	Esercizi svolti	35
4.5	Esercizi	38
Capitolo 5 Curve di livello		39
5.1	Curve di livello	39
5.2	Esercizi svolti	41
5.3	Esercizi	42
Capitolo 6 Derivate parziali, gradiente e differenziabilità		43
6.1	Derivate parziali e direzionali	43
6.2	Gradiente	44
6.3	Differenziabilità	44
6.3.1	Piano tangente e approssimazione lineare	45
6.4	Curva e derivata lungo la curva	47
6.5	Esercizi svolti	49
6.6	Esercizi	52
Capitolo 7 Derivate parziali seconde e matrice Hessiana		53
7.1	Derivate parziali del secondo ordine	53
7.2	Matrice Hessiana	54
7.3	Esercizi svolti	55
7.4	Esercizi	57
Capitolo 8 Polinomio di Taylor del secondo ordine		59
8.1	Polinomio di Taylor del secondo ordine per funzioni di due variabili	59
8.2	Approssimazione al secondo ordine	61
8.3	Esercizi svolti	61
8.4	Esercizi	63
Capitolo 9 Ottimizzazione libera		65
9.1	Definizioni	65
9.2	Condizioni del primo ordine	67
9.3	Condizioni del secondo ordine	67
9.3.1	Condizioni sufficienti	67
9.3.2	Condizioni necessarie	69

9.4	Funzioni convesse e concave	70
9.5	Esercizi svolti	71
9.6	Esercizi	74

Capitolo 10 Funzioni implicite 75

10.1	Funzione implicita	75
10.2	Esercizi svolti	78
10.3	Esercizi	81

Capitolo 11 Ottimizzazione vincolata 83

11.1	Vincoli di uguaglianza	83
11.2	Metodo dei moltiplicatori di Lagrange	84
11.3	Esercizi svolti	86
11.4	Vincoli di disuguaglianza	88
11.5	Esercizi svolti	90
11.6	Più vincoli di uguaglianza, caso in \mathbb{R}^3	91
11.7	Caso di più vincoli di disuguaglianza, caso in \mathbb{R}^3	93
11.8	Metodo per sostituzione	93
11.9	Esercizi	95

Capitolo 12 Equazioni Differenziali Ordinarie del primo ordine 97

12.1	EDO del primo ordine	97
12.2	Esercizi svolti	101
12.3	EDO a variabili separabili	102
12.4	Esercizi svolti	103
12.5	Sistemi di EDO lineari	104
12.6	Esercizi svolti	105
12.7	Piano delle fasi e orbite per sistemi planari	108
12.8	Punti di equilibrio per sistemi planari di EDO del primo ordine	110
12.9	Punti di equilibrio per sistemi planari di EDO lineari del primo ordine	110
12.10	Esercizi svolti	113
12.11	Esercizi	115

Capitolo 13 EDO del secondo ordine e di ordine superiore 117

13.1	Edo del secondo ordine a coefficienti costanti	117
13.2	Esercizi svolti	121
13.3	Edo di ordine superiore al secondo a coefficienti costanti	124
13.4	Esercizi svolti	126

13.5	Esercizi	129
------	----------	-----

Capitolo 14 Calcolo variazionale **131**

14.1	Funzionale	131
14.2	Teoria del calcolo variazionale	131
14.3	Calcolo variazionale con n variabili	134
14.4	Calcolo variazionale con derivate di ordine più alto	134
14.5	Condizione di trasversalità	135
14.6	Condizioni di trasversalità nel caso di n variabili	137
14.7	Concavità e convessità	137
	Concavità e convessità, test della forma quadratica e condizioni di Legendre	137
14.7.1	Concavità e convessità	137
14.7.2	Test sulla forma quadratica	139
14.7.3	Condizioni necessarie di Legendre	139
14.8	Ottimizzazione con orizzonte illimitato	140
14.9	Caso Vincolato	141
14.9.1	Problema con vincoli di uguaglianza	141
14.9.2	Problema con vincoli di disuguaglianza	142
14.9.3	Isoperimetria	143
14.10	Esercizi svolti	144
14.11	Esercizi	148

Capitolo 15 Controllo ottimo **151**

15.1	Teoria del controllo ottimo	151
15.2	Controllo ottimo in più variabili	155
15.3	Fattori di sconto e orizzonte illimitato	156
15.4	Funzione payoff	157
15.5	Caso vincolato	158
15.5.1	Controllo ottimo con vincoli di uguaglianza	158
15.5.2	Isoperimetria	158
15.6	Esercizi svolti	159
15.7	Esercizi	161

Capitolo 16 Programmazione Dinamica **163**

16.1	Elementi di Programmazione Dinamica	163
16.2	Esercizi svolti	166
16.3	Esercizi	172

Capitolo 17	Appendice: Richiami di matematica di base	173
17.1	Derivate di funzioni in \mathbb{R}	173
17.1.1	Algebra delle derivate	173
17.1.2	Derivate di funzioni	174
17.2	Integrali	174
17.2.1	Algebra degli integrali	174
17.2.2	Integrali indefiniti	175
17.2.3	Formula integrazione per parti	175
17.2.4	Formula integrazione per sostituzione	175
17.2.5	Integrale definito	175
17.2.6	Integrali impropri	176
17.3	Spazi vettoriali, vettori e matrici	176
17.3.1	Determinante	178
17.3.2	Rango di matrice	179
17.4	Numeri complessi	179
17.5	Forma algebrica, trigonometrica e forma di Eulero	180
17.6	Algebra dei numeri complessi	181
17.6.1	Somma, moltiplicazione e quoziente	181
17.6.2	Potenza e radice n-esima	181
17.7	Esercizi svolti	182
17.8	Esercizi	184