



PROBLEMA SVOLTO 1 Potenziale elettrico 1

► Potenziale elettrico ► Principio di sovrapposizione

Due cariche puntiformi $q_1 = 2q$ e $q_2 = -q$ (con $q > 0$) sono poste sull'asse x , rispettivamente nei punti $A = (-d; 0)$ e $B = (d; 0)$, con $d > 0$.

- 1** Dimostra che il potenziale generato da tale sistema di cariche in un generico punto $P = (x; 0)$ compreso tra A e B è:

$$V(x) = kq \left(\frac{2}{x+d} - \frac{1}{d-x} \right)$$

- 2** Determina, in funzione di q e d , il potenziale generato da tale sistema di cariche nell'origine.
- 3** Determina il punto N appartenente al segmento AB in cui il potenziale si annulla, calcolando le coordinate di tale punto.
- 4** Scrivi la funzione $V(x)$ che rappresenta il potenziale elettrico al variare dell'ascissa x per $x < -d$ e $x > d$.
- 5** Il potenziale si annulla anche in un punto Q dell'asse x che non appartiene al segmento AB . Individua tale punto, calcolandone le coordinate.
- 6** Traccia un grafico qualitativo del potenziale $V(x)$ per $x \in R$.

SOLUZIONE

- 1** Il potenziale generato da una carica puntiforme in un punto è $V = kq/r$ dove r rappresenta la distanza tra la carica e il punto in esame. Ricordando che la distanza tra due punti dell'asse x si ottiene sottraendo le loro ascisse, le distanze del punto P dalle due cariche risultano $AP = x + d$ e $BP = d - x$. Per il principio di sovrapposizione, il potenziale generato da due cariche puntiformi è la somma algebrica dei potenziali generati da ciascuna carica. Pertanto il potenziale in P risulta:

$$V(x) = kq \left(\frac{2}{x+d} - \frac{1}{d-x} \right)$$

- 2** Il potenziale nell'origine, sostituendo $x = 0$ nell'espressione trovata al punto **1**, è:

$$V(0) = kq \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{d} \right) = kq \frac{1}{d}$$

- 3** Per determinare l'ascissa di N , si risolve l'equazione:

$$V(x) = kq \left(\frac{2}{x+d} - \frac{1}{d-x} \right) = 0$$

da cui:

$$2(d-x) = x+d$$

che ha soluzione $x = d/3$. Il punto N ha quindi coordinate $(d/3; 0)$.

- 4** La funzione $V(x)$ che rappresenta il potenziale elettrico al variare dell'ascissa x per $x < -d$ è:

$$V(x) = kq \left(\frac{2}{-d-x} - \frac{1}{d-x} \right)$$

La funzione $V(x)$ che rappresenta il potenziale elettrico al variare dell'ascissa x per $x > d$ è:

$$V(x) = kq \left(\frac{2}{x+d} - \frac{1}{x-d} \right)$$

Per ottenere tali espressioni, si è fatto ricorso alla formula della distanza di due punti sull'asse x e al principio di sovrapposizione.

- 5** Per determinare le coordinate del punto Q , teniamo conto che, essendo il potenziale direttamente proporzionale alla carica e inversamente proporzionale alla distanza da essa, tale punto si troverà necessariamente più vicino alla carica $-q$ di quanto non lo sia alla carica $2q$. Pertanto, il punto Q si troverà a destra del punto B e quindi la sua ascissa sarà maggiore di d .

L'ascissa del punto Q si ottiene risolvendo l'equazione:

$$\frac{2}{x+d} - \frac{1}{x-d} = 0$$

che ha soluzione $x = 3d$. Le coordinate del punto Q sono $Q = (3d ; 0)$.

- 6** Il grafico del potenziale è rappresentato in figura.

