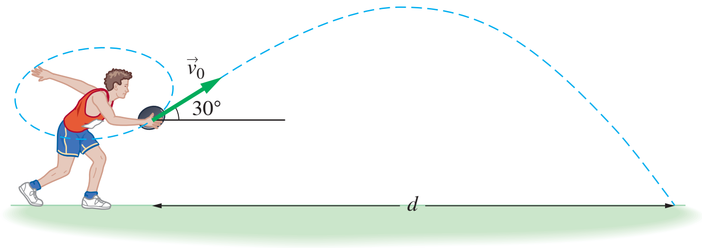
Il lancio del disco

▶ PROBLEMA SVOLTO **1** | CAPITOLO **1** **Il moto nel piano**

▶ **Vettori** ▶ **Moto di un proiettile** ▶ **Moto circolare uniforme**

SOLUZIONE STEP BY STEP CON LA CALCOLATRICE GRAFICA

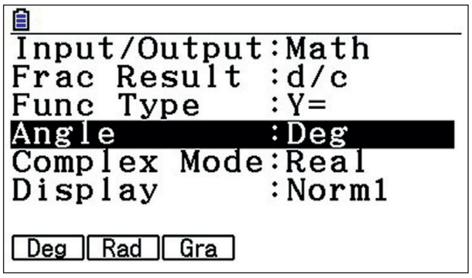
Il lancio del disco è una specialità dell'atletica leggera, presente nelle Olimpiadi moderne, che consiste nel lanciare un disco il più lontano possibile.
Un atleta impugna un disco ed esegue 2 giri completi, in modo che il disco descriva una circonferenza di raggio $R = 90,0$ cm, inclinata di 30° rispetto all'orizzontale. Al termine del secondo giro il disco viene lasciato e ricade a terra dopo 2,72 secondi, avendo percorso una distanza orizzontale di 60,0 m come mostrato in figura.



1 **Quanto vale la velocità del disco al momento del lancio e qual è l'altezza massima raggiunta rispetto al suolo durante il volo?**

Prima di cominciare assicuriamoci che la calcolatrice sia settata con gli angoli misurati in gradi perché per calcolare la velocità iniziale dobbiamo usare il cos 30°.

- Modifichiamo eventualmente la scelta della misura degli angoli tramite SET UP (digitando SHIFT MENU) e selezionando **Deg** alla voce **Angle**.

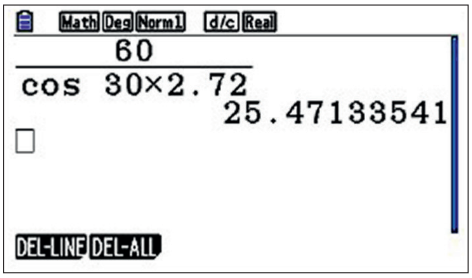


- Il disco compie un moto parabolico. In particolare lungo l'asse x il moto è uniforme per cui vale la relazione:

$$d = v_{0x} t = v_0 \cos\theta_0 \cdot t$$

da cui ricaviamo v_0:

$$v_0 = \frac{d}{\cos\theta_0 \cdot t} = \frac{60,0 \text{ m}}{\cos 30° \cdot 2,72 \text{ s}} = 25,5 \text{ m/s}$$

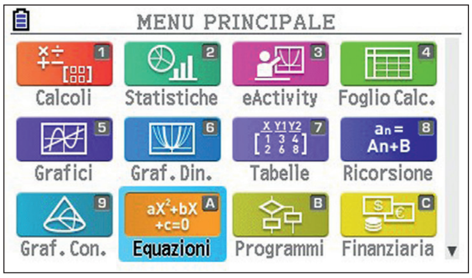


- Troviamo adesso l'altezza iniziale da cui è stato lanciato il disco, tenendo presente che lungo y il moto è di caduta libera e che, quando il disco arriva al suolo dopo un tempo t, è $y = 0$, cosicché la legge oraria è:

$$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

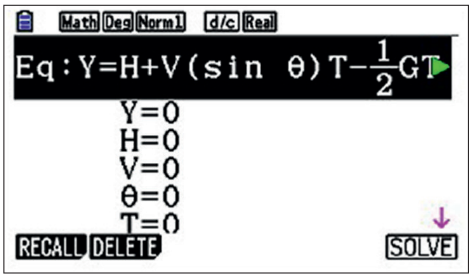
- Selezioniamo con il tasto MENU l'icona EQUAZIONI seguita da EXE.

Ricorda che puoi selezionare i vari menu anche digitando il numero o la lettera che li contraddistingue; per esempio, per selezionare il menu EQUAZIONI puoi anche digitare la sequenza ALPHA X,θ,T che corrisponde alla lettera A.

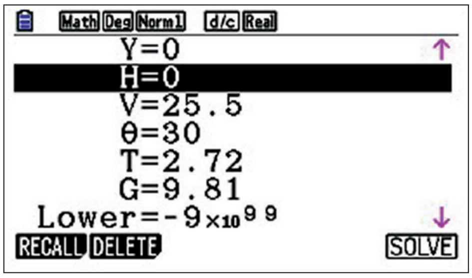


- Con il tasto F3 selezioniamo il risolutore di equazioni.

- Inseriamo l'equazione della legge oraria nella prima riga. Digitiamo la formula seguita dal tasto EXE.

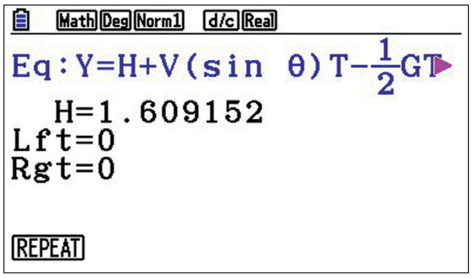


- Indichiamo con H la quota iniziale y_0 e con G l'accelerazione di gravità terrestre ($G = g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$).
- Inseriamo poi i valori noti attribuiti alle variabili che compaiono nell'equazione seguiti dal tasto EXE.
- Lungo l'asse y il moto è di caduta libera e quando il disco arriva al suolo il valore di Y è 0.
- Non inseriamo alcun valore alla variabile H perché è quella che andremo a determinare.



- Collocandoci con il cursore sul valore H e tramite il comando SOLVE (tasto F6), ricaviamo il valore dell'altezza iniziale da cui viene lanciato il disco.
  L'altezza iniziale da cui è stato lanciato il disco è:

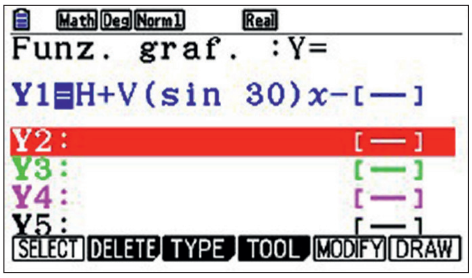
  $y_0 = 1{,}61$ m



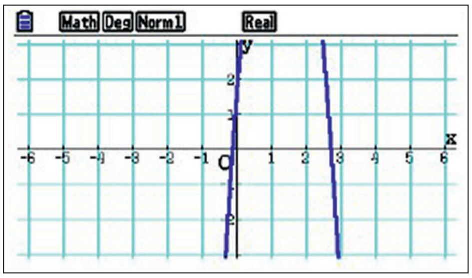
- A questo punto rappresentiamo l'equazione della legge oraria relativa al moto lungo l'asse y. Selezioniamo con il tasto MENU l'icona GRAFICI seguita da EXE.
- Nella prima riga inseriamo la legge oraria relativa al moto del disco lungo l'asse y seguita da EXE:

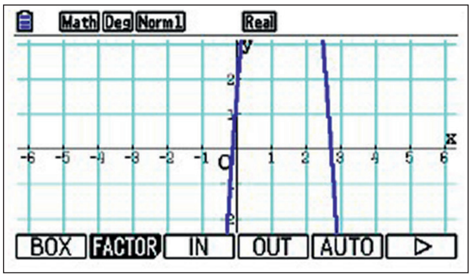
$$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

In questo caso il tempo, che sarà rappresentato sull'asse delle ascisse, viene indicato con la variabile *x*.

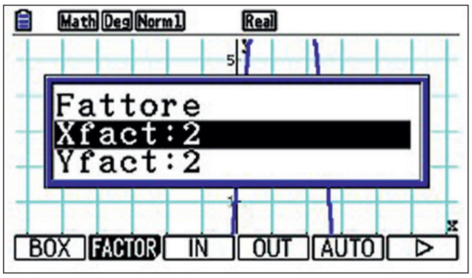


- Con il tasto F6 rappresentiamo la funzione che descrive **come varia la quota del disco** durante il suo moto in funzione del tempo.
- La figura che si ottiene può essere opportunamente zoomata utilizzando il tasto F2 (Zoom).



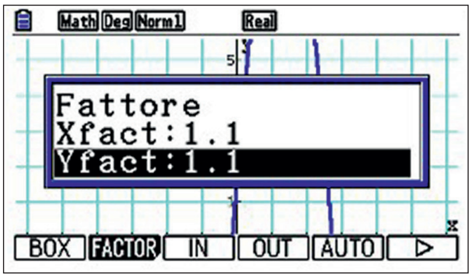


- Digitando nuovamente F2 (FACTOR) possiamo stabilire di quanto ingrandire o ridurre l'immagine.
- La calcolatrice, di default, raddoppia (o dimezza) le dimensioni, ma possiamo modificare il fattore semplicemente digitando il nuovo valore che vogliamo immettere seguito dal tasto EXE.



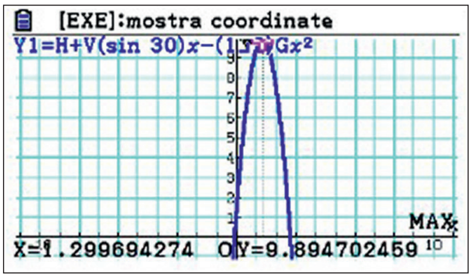
- Per esempio, inserire il valore 1.1 (sia per le x sia per le y) seguito da EXE, permetterà di modificare le dimensioni del 10% .
- A questo punto possiamo zoomare la figura o utilizzando i tasti F2 F3 (ZOOM IN) se vogliamo ingrandire, o F2 F4 (ZOOM OUT) se vogliamo rimpicciolire la figura.

Possiamo zoomare anche semplicemente utilizzando i tasti + per ingrandire e − per rimpicciolire).



- Zoomando opportunamente e spostandoci sul display con il cursore otterremo il grafico in figura.

- Utilizzando il comando G-Solve (tasto F5) è possibile determinare il valore massimo della curva selezionando MAX con F2.
- L'altezza massima raggiunta rispetto al suolo durante il volo è 9,89 m.
- Possiamo anche osservare che tale quota viene raggiunta dopo 1,30 s dal lancio.



2 **Con quale velocità l'atleta avrebbe dovuto lanciare il disco, sempre con un'inclinazione di 30°, per colpire un piccolo ostacolo posto a 4,50 m di altezza rispetto al punto di lancio e distante da lui orizzontalmente 11,6 m?**

Riprendiamo le equazioni del moto parabolico lungo gli assi x e y.

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\theta_0 \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

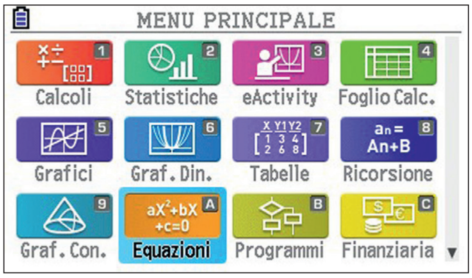
Ricaviamo il tempo dalla prima equazione (relativa al moto lungo l'asse x) ponendo x uguale alla distanza d percorsa orizzontalmente ($d = 11{,}6$ m): $t = \dfrac{d}{v_0 \cos\theta_0}$.

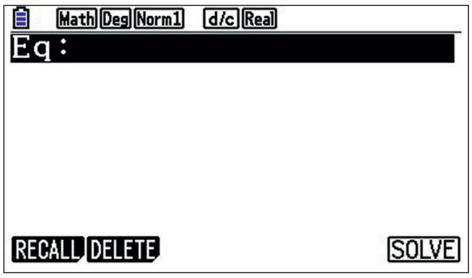
Sostituiamo nella seconda equazione relativa al moto lungo l'asse y:

$$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \cdot \frac{d}{v_0 \cos\theta_0} - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_0 \cos\theta_0}\right)^2$$

$$y = y_0 + d \cdot \operatorname{tg}\theta_0 - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_0 \cos\theta_0}\right)^2$$

- Troviamo ora la velocità iniziale richiesta tramite il menu EQUAZIONI. Con il tasto F3 selezioniamo poi il risolutore di equazioni.
- Troveremo ancora l'equazione scritta in precedenza. Prima di procedere cancelliamo la formula precedente digitando F2 (DELETE) seguito da F1.

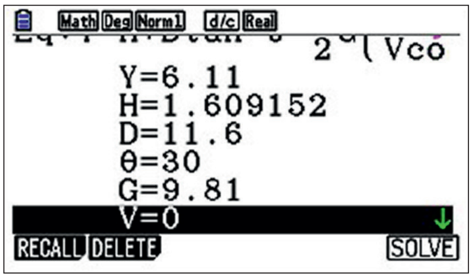


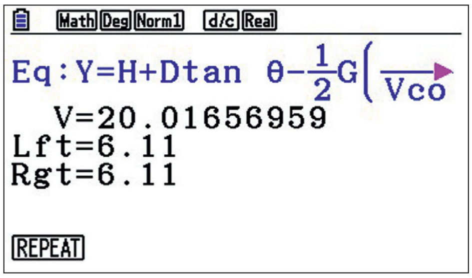


- Inseriamo l'equazione da risolvere:

$$y = y_0 + d \cdot \operatorname{tg}\theta_0 - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_0 \cos\theta_0}\right)^2$$

- Indichiamo con D la distanza percorsa orizzontalmente.
- Y è l'ordinata del punto in cui è collocato l'ostacolo da colpire ed è data dall'altezza di lancio sommata ai 4,50 m a cui è posto l'oggetto rispetto a questa (Y = 6.11 m).
- Collocandoci con il cursore sul valore V e tramite il comando SOLVE (tasto F6), ricaviamo il valore della velocità con cui viene lanciato il disco.
- L'atleta avrebbe dovuto lanciare il disco con una velocità pari a 20,0 m/s.



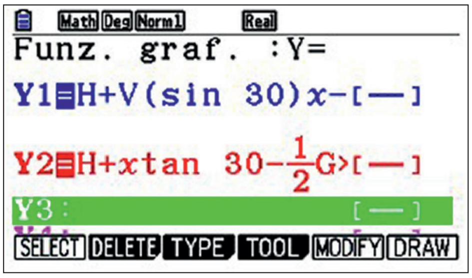


- Come verifica di quanto fatto utilizzando il menu GRAFICI possiamo rappresentare nel secondo slot la funzione:

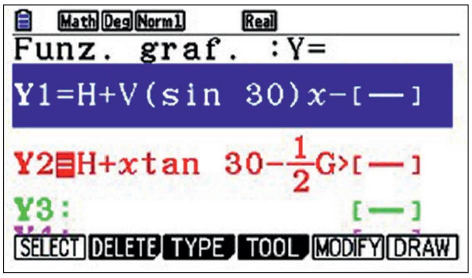
$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos 30}\right)^2 + x \operatorname{tg} 30 + y_0$$

che descrive la traiettoria seguita dal disco.

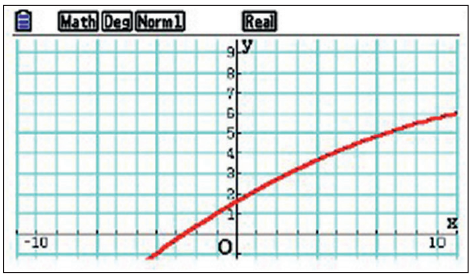
La funzione rappresenta la traiettoria seguita dal disco. Quindi questa volta con x indichiamo proprio l'ascissa del punto.



- Prima di disegnare questa funzione dobbiamo deselezionare la curva Y1. Collochiamoci con il cursore sulla prima riga e digitiamo F1 (SELECT). Vedremo il segno = deselezionato.



- Ora, digitando F6 (DRAW) vedremo solo la curva Y2.



- Utilizziamo il comando TRACE (tasto F1). Digitiamo il valore 11.6 seguito da EXE così da verificare che il disco passa per il punto di coordinate (11.6 ; 6.11).