

La moltiplicazione di frazioni

Moltiplicare fra loro due frazioni è davvero facile! Basta moltiplicare separatamente i numeratori e i denominatori.

Per esempio:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

Per capire il significato di questa operazione risolviamo un problema.

ESERCIZIO GUIDA

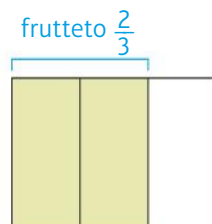
1 Coltivazione I $\frac{2}{3}$ della superficie di un terreno agricolo sono coltivati a frutteto.

I $\frac{4}{5}$ del frutteto sono occupati da una piantagione di mele.

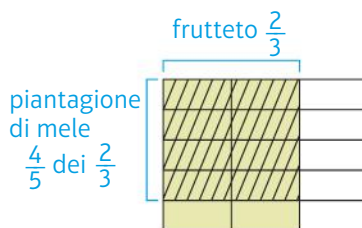
Quale frazione dell'intero terreno è occupata dalla piantagione di mele?

Primo metodo: usiamo un modello.

- 1) Disegniamo un rettangolo che rappresenta il terreno, dividiamolo in 3 parti uguali e coloriamo la frazione che rappresenta il frutteto.



- 2) Poi dividiamo ciascuna delle 3 parti in 5 parti uguali. La parte tratteggiata rappresenta la piantagione di mele.



Dal modello risulta che l'intera superficie del terreno agricolo è divisa in 15 parti di cui 8 sono occupate dalla piantagione di mele.

Quindi la piantagione di mele occupa gli $\frac{8}{15}$ dell'intero terreno.

Secondo metodo: moltiplichiamo le frazioni.

Lo stesso risultato si ottiene più semplicemente moltiplicando le due frazioni fra di loro, come mostrato all'inizio.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

Per risolvere il problema abbiamo

calcolato quanto sono i $\frac{4}{5}$ dei $\frac{2}{3}$ dell'unità,

cioè **una frazione di una frazione**.

In matematica, le espressioni del tipo:

$$\frac{4}{5} \text{ di } \frac{2}{3} \quad \text{e} \quad \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

sono equivalenti.

Una **frazione di frazione** si calcola moltiplicando le due frazioni fra loro.




**CONCETTO
 CHIAVE**
Moltiplicazione di due o più frazioni

Per **moltiplicare** due frazioni si procede così:

- 1) si moltiplicano i numeratori fra loro;
- 2) si moltiplicano i denominatori fra loro;
- 3) il risultato si riduce ai minimi termini, se è possibile.

La regola si estende al prodotto di tre o più frazioni.

ESERCIZIO GUIDA

2 Calcoli Calcola i seguenti prodotti.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21} \quad \frac{10}{21} \cdot \frac{7}{5} = \frac{\cancel{70}^{14}}{\cancel{105}_{21}} = \frac{\cancel{14}^2}{\cancel{21}_3} = \frac{2}{3} \quad \frac{6}{13} \cdot 5 = \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{1} = \frac{30}{13}$$

$$5 \cdot \frac{4}{25} = \frac{5}{1} \cdot \frac{4}{25} = \frac{\cancel{20}^4}{\cancel{25}_5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 3}{2 \cdot 7 \cdot 4} = \frac{15}{56}$$



Se le frazioni sono più di due, devi moltiplicare **tutti** i numeratori fra loro e **tutti** i denominatori fra loro.

Semplificare in verticale e in diagonale

Per rendere i calcoli **più facili**, possiamo **semplificare** le frazioni, cioè eliminare i divisori comuni ai numeratori e ai denominatori **prima** di eseguire la moltiplicazione.

Osserviamo se un numeratore e un denominatore delle frazioni hanno un **divisore comune** e dividiamo per questo. Ripetiamo l'operazione fino a quando tutti i divisori comuni sono stati eliminati. Possiamo semplificare in verticale (riducendo ai minimi termini), in diagonale o in croce, come mostrato nell'esempio.

ESEMPIO

**Semplificazione
 in verticale**

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{20}}} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 3} = \frac{35}{12}$$

Abbiamo diviso per 5

**Semplificazione
 in diagonale**

$$\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{2} \cdot \frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

Abbiamo diviso per 3

**Semplificazione
 in croce**

$$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} \cdot \frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{28}{15}$$

Abbiamo diviso per 2 e per 3

ESERCIZI GUIDA CON VIDEO TUTORIAL


3 Calcoli Calcola i seguenti prodotti, semplificando dove possibile.

a. $\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5} \cdot \frac{9}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{27}{10}$

b. $\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$

c. $\frac{\overset{2}{\cancel{22}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{11}}} \cdot \frac{7}{\underset{5}{\cancel{20}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{13} = \frac{56}{65}$

4 Frazione di frazione... di frazione Calcola $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{4}{5}$.

Se le frazioni sono più di due, si procede come nel caso di due frazioni, cioè si moltiplicano fra loro le frazioni:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{5} = \frac{3}{10}$$