

- 114 **Molte soluzioni** Scrivi nelle caselle i numeri mancanti. Per ogni esercizio, trova almeno due soluzioni diverse.

$$\frac{\square}{3} \cdot \frac{2}{\square} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{7}$$

Come spieghi il fatto che questi esercizi hanno più di una soluzione?

Rispondi alle seguenti domande sul prodotto di un numero intero per una frazione.

- 115 **A colpo d'occhio 1** Martina e Martino hanno moltiplicato 66 per $\frac{3}{2}$ e hanno ottenuto i seguenti risultati.

Martina: «Viene 99.» Martino: «Viene 44.»

Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 116 **A colpo d'occhio 2** Giorgio e Giorgia hanno moltiplicato $\frac{2}{3}$ per 12 e hanno ottenuto i seguenti risultati.

Giorgio: «Viene 8.» Giorgia: «Viene 18.»

Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 117 **COME UN MATEMATICO** **A colpo d'occhio... maggiore o minore** Rispondi alle seguenti domande.

- In quali casi, moltiplicando un numero intero per una frazione, il risultato è minore del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.
- In quali casi, moltiplicando un numero intero per una frazione, il risultato è maggiore o uguale del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.

3 La divisione di frazioni

- 118 **Vero o falso?** Indica con una crocetta se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle false.

a. La frazione inversa di $\frac{3}{5}$ ha 5 come numeratore e 3 come denominatore.

V F

b. Una frazione (diversa da 0) è uguale all'inversa della sua inversa.

V F

c. Dividere $\frac{2}{7}$ per $\frac{1}{3}$ è come moltiplicare $\frac{7}{2}$ per $\frac{1}{3}$.

V F

d. Scrivere $\frac{1}{\frac{3}{9}}$ è come scrivere $\frac{1}{3} : \frac{9}{4}$.

V F

- 119 **Due modi** Quante fette da $\frac{1}{6}$ di pizza si possono ricavare da $\frac{3}{2}$ di pizza?

Completa i due procedimenti e rispondi alla domanda.

Primo metodo. Tre mezzi di pizza equivalgono a una pizza e mezza.

Dividiamo la pizza e mezza in sestini di pizza:

contiamo fette in tutto.

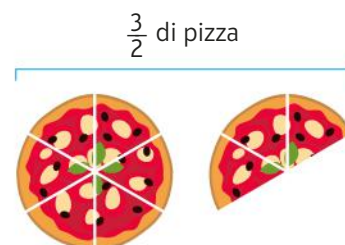
Secondo metodo. Possiamo rileggere il problema così:

“Quante volte $\frac{1}{6}$ è contenuto in $\frac{3}{2}$?”.

Svolgiamo quindi una semplice operazione tra frazioni:

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{6} = \dots = \dots$$

In entrambi i modi troviamo la stessa risposta al problema: si possono ricavare fette di pizza.



- **120 Frazione inversa** Scrivi la frazione inversa di ciascuna delle seguenti frazioni.

$\frac{3}{4}$

$\frac{100}{3}$

$\frac{1}{2}$

2

100

- **121 Prodotto di inverse** Moltiplica ciascuna frazione per la sua inversa. Che risultati ottieni?

$\frac{15}{16}$

$\frac{102}{7}$

$\frac{1}{50}$

37

1000

Divisioni con due termini Calcola i seguenti quozienti, applicando tutte le semplificazioni possibili prima di svolgere i calcoli.

■ **122** $\frac{9}{13} : \frac{5}{26} = \frac{9}{13} \cdot \frac{26}{5} = \frac{9 \cdot 2}{5} = \frac{18}{5}$ $\frac{7}{13} : \frac{7}{14}$ $\frac{25}{36} : \frac{15}{18}$ $\left[\frac{14}{13}, \frac{5}{6} \right]$

■ **123** $\frac{5}{9} : \frac{2}{7}$ $\frac{8}{13} : \frac{3}{2}$ $\frac{12}{7} : \frac{24}{5}$ $\frac{40}{13} : \frac{45}{39}$ $\left[\frac{35}{18}, \frac{16}{39}, \frac{5}{14}, \frac{8}{3} \right]$

■ **124** $\frac{7}{9} : \frac{11}{3}$ $\frac{2}{4} : \frac{1}{3}$ $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$ $\frac{13}{14} : \frac{5}{21}$ $\left[\frac{7}{33}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{39}{10} \right]$

■ **125** $\frac{12}{5} : \frac{1}{3}$ $\frac{2}{5} : \frac{14}{5}$ $\frac{25}{39} : \frac{5}{13}$ $\frac{18}{21} : 2$ $\left[\frac{36}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{3}, \frac{3}{7} \right]$

■ **126** $\frac{12}{13} : \frac{4}{3}$ $\frac{13}{11} : \frac{39}{4}$ $\frac{40}{13} : \frac{5}{26}$ $\frac{2}{7} : \frac{1}{8}$ $\left[\frac{9}{13}, \frac{4}{33}, 16, \frac{16}{7} \right]$

- **127 Frazione diviso intero** Calcola i seguenti quozienti.

$\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ $\frac{1}{3} : 2$ $\frac{2}{5} : 3$ $\frac{7}{10} : 5$ $\frac{70}{3} : 20$ $\frac{65}{17} : 13$ $\left[\frac{1}{6}, \frac{2}{15}, \frac{7}{50}, \frac{7}{6}, \frac{5}{17} \right]$

- **128 Intero diviso frazione** Calcola i seguenti quozienti.

$5 : \frac{3}{2} = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ $9 : \frac{1}{4}$ $15 : \frac{3}{5}$ $12 : \frac{7}{10}$ $30 : \frac{2}{4}$ $60 : \frac{48}{2}$ $\left[36; 25; \frac{120}{7}; 60; \frac{5}{2} \right]$

Divisioni con tre termini Calcola i seguenti quozienti. Scrivi il risultato ridotto ai minimi termini.

■ **129** $\frac{1}{5} : \frac{7}{10} : \frac{9}{14} = \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{4}{9}$

■ **130** $\frac{6}{7} : \frac{2}{7} : \frac{7}{6}$ $\frac{25}{38} : \frac{20}{19} : \frac{3}{4}$ $\frac{4}{9} : \frac{5}{2} : \frac{2}{3}$ $\left[\frac{18}{7}, \frac{5}{6}, \frac{4}{15} \right]$

■ **131** $\frac{2}{3} : \frac{4}{3} : \frac{7}{2}$ $5 : \frac{2}{3} : \frac{4}{9}$ $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : 6$ $\left[\frac{1}{7}, \frac{135}{8}, \frac{1}{3} \right]$

■ **132** $\frac{2}{5} : \frac{4}{25} : \frac{12}{15}$ $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} : \frac{9}{14}$ $\frac{1}{8} : \frac{11}{4} : \frac{21}{22}$ $\left[\frac{25}{8}, \frac{28}{81}, \frac{1}{21} \right]$

■ **133** $\frac{9}{16} : \frac{21}{4} : \frac{3}{7}$ $\frac{5}{7} : \frac{25}{49} : \frac{7}{10}$ $\frac{3}{4} : \frac{3}{20} : \frac{5}{2}$ $\left[\frac{1}{4}; 2; 2 \right]$

■ **134** $\frac{11}{13} : \frac{11}{26} : \frac{4}{3}$ $\frac{7}{5} : \frac{8}{35} : 14$ $\frac{7}{15} : \frac{14}{25} : \frac{5}{4}$ $\left[\frac{3}{2}, \frac{7}{16}, \frac{2}{3} \right]$

- **135 A mente** Calcola rapidamente il risultato delle seguenti operazioni.

$\frac{5}{7} : \frac{2}{3} : \frac{5}{7}$

$\frac{549}{307} : \frac{2}{3} : \frac{549}{307}$

$\frac{101}{8} : \frac{7}{102} : \frac{101}{102}$

Mini-espressioni con moltiplicazioni e divisioni Risolvi le seguenti mini-espressioni.

ESERCIZIO GUIDA

136

$$\frac{140}{11} \cdot \frac{3}{4} : 5 \cdot \frac{44}{15} : \frac{7}{5}$$

Quando abbiamo un'espressione contenente solo moltiplicazioni e divisioni, conviene trasformarla in una sequenza di sole moltiplicazioni, mettendo il simbolo di moltiplicazione al posto di quello di divisione e invertendo tutte le frazioni che seguono il segno di divisione:

$$\frac{140}{11} \cdot \frac{3}{4} : 5 \cdot \frac{44}{15} : \frac{7}{5} = \frac{140}{11} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{44}{15} \cdot \frac{5}{7}$$

A questo punto possiamo semplificare in diagonale.

In questo caso, 44 si può semplificare con 4 e 11, 15 si può semplificare con 3 e 5:

$$\overset{4 \cdot 20}{\cancel{140}} \cdot \overset{3^1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{4 \cdot 4}{\cancel{44}} \cdot \overset{5^1}{\cancel{5}} = 4$$

137 $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} : \frac{1}{9} \cdot 2 : \frac{4}{5}$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{4} \cdot \frac{14}{3} : 49 \cdot \frac{2}{3}$

$\left[\frac{15}{4}, \frac{2}{21} \right]$

138 $\frac{16}{5} : \frac{8}{3} : \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9}$

$\frac{8}{5} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{9}{2} : \frac{1}{2}$

$\left[\frac{16}{5}, 15 \right]$

139 $\frac{11}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{11} : 3 \cdot \frac{1}{9}$

$\frac{22}{13} : \frac{1}{26} \cdot \frac{3}{11} : \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9}$

$\left[\frac{20}{81}, 1 \right]$

140 $\frac{44}{3} : \frac{11}{9} \cdot \frac{1}{12} \cdot 9 : \frac{6}{5}$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{8} : 4 \cdot \frac{11}{4} : \frac{22}{3}$

$\left[\frac{15}{2}, \frac{3}{8} \right]$

Frazioni a termini frazionari Calcola le seguenti frazioni a termini frazionari.

141 $\frac{\frac{19}{20}}{\frac{2}{5}} = \frac{19}{20} : \frac{2}{5} = \frac{19}{\cancel{20}} \cdot \frac{5}{\cancel{2}} = \frac{19}{4 \cdot 2} = \frac{19}{8}$

142 $\frac{\frac{35}{4}}{\frac{7}{14}} \cdot \frac{\frac{18}{77}}{\frac{27}{22}} \cdot \frac{\frac{9}{16}}{\frac{54}{2}} \cdot \frac{\frac{77}{30}}{\frac{7}{22}} = \left[\frac{35}{2}, \frac{4}{21}, \frac{1}{48}, \frac{121}{15} \right]$

143 $\frac{\frac{15}{49}}{\frac{9}{7}} \cdot \frac{\frac{5}{2}}{\frac{100}{3}} \cdot \frac{\frac{3}{8}}{\frac{33}{40}} \cdot \frac{\frac{125}{36}}{\frac{25}{12}} = \left[\frac{5}{21}, \frac{3}{40}, \frac{5}{11}, \frac{5}{3} \right]$

144 $\frac{\frac{21}{35}}{\frac{3}{3}} \cdot \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{4}} \cdot \frac{\frac{8}{19}}{\frac{8}{8}} \cdot \frac{\frac{36}{42}}{\frac{9}{9}} = \left[\frac{1}{5}, \frac{4}{3}, \frac{1}{19}, \frac{2}{21} \right]$

145 Linguaggio matematico

- Dividi $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{8}$. Qual è il quoziente?
- Dividi $\frac{9}{20}$ per 3. Qual è il quoziente?
- Calcola $\frac{3}{85}$ fratto $\frac{18}{5}$. Che frazione ottieni?
- Dividi 10 per $\frac{1}{4}$ e aggiungi 5 al risultato. Che numero ottieni?

146 Numeri e variabili

- Calcola quanto vale $a : b$ sapendo che $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{2}{3}$.
- Calcola quanto vale $x : \frac{4}{5}$ sapendo che $x = \frac{3}{4}$.
- Calcola quanto vale $\frac{8}{y}$ sapendo che $y = \frac{10}{9}$.

- 147 **Incognite** Scrivi nelle caselle i numeri mancanti.

$$\frac{16}{57} \cdot \frac{4}{\square} = \frac{4}{19}$$

$$\frac{70}{9} \cdot \frac{\square}{15} = \frac{25}{6}$$

- 148 **Molte soluzioni** Scrivi nelle caselle i numeri mancanti. Per ogni esercizio trova almeno due soluzioni diverse.

$$\frac{\square}{7} \cdot \frac{\square}{3} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{6}{\square} \cdot \frac{10}{\square} = \frac{3}{25}$$

MONDO REALE Risolvi i seguenti problemi, usando la divisione di frazioni.

ESERCIZIO GUIDA

- 149 **Succo** Quante bottiglie da $\frac{3}{4}$ di litro si possono riempire con 45 litri di succo?

Primo metodo. Calcoliamo quante volte $\frac{3}{4}$ è contenuto in 45 con una divisione:

$$45 : \frac{3}{4} = 45 \cdot \frac{4}{3} = 60$$

Secondo metodo. Convertiamo la frazione in un numero decimale:

$$\frac{3}{4} \text{ di litro} = 0,75 \text{ litri}$$

Anche in questo caso eseguiamo una divisione:

$$45 : 0,75 = 60$$

Risposta. Si possono riempire 60 bottiglie di succo.



- 150 **Caffè** Una caffettiera contiene $\frac{2}{5}$ di litro di caffè. Se dividi il caffè in 4 tazze, in parti uguali, quanto contiene ogni tazza? Esprimi il risultato in due modi: in frazione di litro e in centilitri. $[\frac{1}{10} \text{ L}; 10 \text{ cL}]$

- 151 **Muffin** Nel frigorifero di nonna Mariuccia sono rimasti $\frac{3}{4}$ di litro di latte. La nonna vuole preparare dei muffin e ha calcolato che, con la sua ricetta, per ogni muffin le occorrono $\frac{3}{20}$ di litro di latte. Quanti muffin può preparare? [5]



- 152 **Cedrata** Nonno Ernesto ha una bottiglia con $\frac{3}{4}$ di litro di cedrata. Quanti bicchierini da $\frac{1}{10}$ di litro può riempire completamente? [7]

- 153 **Moneta misteriosa** Quale moneta ha il valore di $\frac{1}{5}$ di 1 €? Quante di queste monete servono per fare 5 €? [25]

- 154 **Aranciata** Con 2 arance fresche si prepara un bicchiere di aranciata da $\frac{1}{5}$ di litro. Mattia ha 35 arance e deve preparare 3 litri di aranciata. Quante arance gli avanzeranno? [5]

- 155 **Bottiglie di vino** Una botte di vino ha la capacità di 63,35 litri. Se si travasa il vino in bottiglie della capacità di $\frac{7}{10}$ di litro, quante bottiglie occorrono? L'ultima bottiglia quanto vino conterrà?

[91 bottiglie; 0,35 litri]

Numero intero diviso frazione Rispondi alle seguenti domande.

- 156 **A colpo d'occhio 1** Mario e Maria hanno diviso 5 per $\frac{1}{2}$ e hanno ottenuto i seguenti risultati.

Mario: «Viene 10.»

Maria: «Viene 2,5.»

Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 157 **A colpo d'occhio 2** Giulia e Giulio hanno diviso 20 per $\frac{5}{2}$ e hanno ottenuto i seguenti risultati.
 Giulia: «Viene 8.» Giulio: «Viene 50.»
 Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 158 **COME UN MATEMATICO** **A colpo d'occhio... maggiore o minore** Rispondi alle seguenti domande.
 a. In quali casi, dividendo un numero intero per una frazione, il risultato è maggiore del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.
 b. In quali casi, dividendo un numero intero per una frazione, il risultato è minore o uguale del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.

4 La potenza di una frazione

- 159 **Vero o falso?** Indica con una crocetta se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle false.
- a. Il quadrato di $\frac{4}{5}$ è $\frac{8}{10}$. V F
- b. Scrivere $\left(\frac{8}{5}\right)^4$ è come scrivere $\frac{8^4}{5^4}$. V F
- c. Una qualunque frazione elevata alla 1 è uguale alla frazione stessa. V F
- d. Il prodotto di due potenze aventi come base la stessa frazione è una potenza con la stessa base e con esponente uguale al prodotto degli esponenti. V F
- e. Nel dividere $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ per $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ non si possono usare proprietà delle potenze. V F
- 160 **Associa** Collega con una freccia le frazioni uguali.

$\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\frac{2}{5^3}$	$\frac{2^3}{5}$
$\frac{8}{125}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{125}$

- 161 **Dal prodotto alla potenza e dalla potenza al prodotto**
- a. Scrivi i seguenti prodotti sotto forma di potenze e calcola i risultati.
- | | | |
|---|---|-----------------------------------|
| $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$ | $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$ | $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}$ |
|---|---|-----------------------------------|
- b. Scrivi le seguenti potenze sotto forma di prodotti e calcola i risultati.
- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ | $\left(\frac{6}{11}\right)^2$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|

INVALSI

- 162 Le potenze $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ e $\frac{4^2}{3}$ hanno lo stesso valore?
- A. No, la prima vale $\frac{16}{3}$ e la seconda $\frac{16}{9}$.
 B. No, la prima vale $\frac{16}{9}$ e la seconda $\frac{16}{3}$.
 C. Sì, valgono entrambe $\frac{16}{3}$.
 D. Sì, valgono entrambe $\frac{16}{9}$.

(INVALSI 2007-2008)