

- 114 **Molte soluzioni** Scrivi nelle caselle i numeri mancanti. Per ogni esercizio, trova almeno due soluzioni diverse.

$$\frac{\square}{3} \cdot \frac{2}{\square} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{7}$$

Come spieghi il fatto che questi esercizi hanno più di una soluzione?

Rispondi alle seguenti domande sul prodotto di un numero intero per una frazione.

- 115 **A colpo d'occhio 1** Martina e Martino hanno moltiplicato 66 per  $\frac{3}{2}$  e hanno ottenuto i seguenti risultati.

Martina: «Viene 99.»       Martino: «Viene 44.»

Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 116 **A colpo d'occhio 2** Giorgio e Giorgia hanno moltiplicato  $\frac{2}{3}$  per 12 e hanno ottenuto i seguenti risultati.

Giorgio: «Viene 8.»       Giorgia: «Viene 18.»

Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 117 **COME UN MATEMATICO** **A colpo d'occhio... maggiore o minore** Rispondi alle seguenti domande.

- In quali casi, moltiplicando un numero intero per una frazione, il risultato è minore del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.
- In quali casi, moltiplicando un numero intero per una frazione, il risultato è maggiore o uguale del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.

## 3 La divisione di frazioni

- 118 **Vero o falso?** Indica con una crocetta se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle false.

a. La frazione inversa di  $\frac{3}{5}$  ha 5 come numeratore e 3 come denominatore.

V  F

b. Una frazione (diversa da 0) è uguale all'inversa della sua inversa.

V  F

c. Dividere  $\frac{2}{7}$  per  $\frac{1}{3}$  è come moltiplicare  $\frac{7}{2}$  per  $\frac{1}{3}$ .

V  F

d. Scrivere  $\frac{1}{\frac{3}{9}}$  è come scrivere  $\frac{1}{3} : \frac{9}{4}$ .

V  F

- 119 **Due modi** Quante fette da  $\frac{1}{6}$  di pizza si possono ricavare da  $\frac{3}{2}$  di pizza?

Completa i due procedimenti e rispondi alla domanda.

**Primo metodo.** Tre mezzi di pizza equivalgono a una pizza e mezza.

Dividiamo la pizza e mezza in sestini di pizza:

contiamo ..... fette in tutto.

**Secondo metodo.** Possiamo rileggere il problema così:

“Quante volte  $\frac{1}{6}$  è contenuto in  $\frac{3}{2}$ ?”.

Svolgiamo quindi una semplice operazione tra frazioni:

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{6} = \dots = \dots$$

In entrambi i modi troviamo la stessa risposta al problema: si possono ricavare ..... fette di pizza.



- 120 **Frazione inversa** Scrivi la frazione inversa di ciascuna delle seguenti frazioni.

$\frac{3}{4}$

$\frac{100}{3}$

$\frac{1}{2}$

2

100

- 121 **Prodotto di inverse** Moltiplica ciascuna frazione per la sua inversa. Che risultati ottieni?

$\frac{15}{16}$

$\frac{102}{7}$

$\frac{1}{50}$

37

1000

**Divisioni con due termini** Calcola i seguenti quozienti, applicando tutte le semplificazioni possibili prima di svolgere i calcoli.

122  $\frac{9}{13} : \frac{5}{26} = \frac{9}{13} \cdot \frac{26}{5} = \frac{9 \cdot 2}{5} = \frac{18}{5}$        $\frac{7}{13} : \frac{7}{14}$        $\frac{25}{36} : \frac{15}{18}$        $\left[ \frac{14}{13}, \frac{5}{6} \right]$

123  $\frac{5}{9} : \frac{2}{7}$        $\frac{8}{13} : \frac{3}{2}$        $\frac{12}{7} : \frac{24}{5}$        $\frac{40}{13} : \frac{45}{39}$        $\left[ \frac{35}{18}, \frac{16}{39}, \frac{5}{14}, \frac{8}{3} \right]$

124  $\frac{7}{9} : \frac{11}{3}$        $\frac{2}{4} : \frac{1}{3}$        $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$        $\frac{13}{14} : \frac{5}{21}$        $\left[ \frac{7}{33}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{39}{10} \right]$

125  $\frac{12}{5} : \frac{1}{3}$        $\frac{2}{5} : \frac{14}{5}$        $\frac{25}{39} : \frac{5}{13}$        $\frac{18}{21} : 2$        $\left[ \frac{36}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{3}, \frac{3}{7} \right]$

126  $\frac{12}{13} : \frac{4}{3}$        $\frac{13}{11} : \frac{39}{4}$        $\frac{40}{13} : \frac{5}{26}$        $\frac{2}{7} : \frac{1}{8}$        $\left[ \frac{9}{13}, \frac{4}{33}, 16, \frac{16}{7} \right]$

- 127 **Frazione diviso intero** Calcola i seguenti quozienti.

$\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$        $\frac{1}{3} : 2$        $\frac{2}{5} : 3$        $\frac{7}{10} : 5$        $\frac{70}{3} : 20$        $\frac{65}{17} : 13$        $\left[ \frac{1}{6}, \frac{2}{15}, \frac{7}{50}, \frac{7}{6}, \frac{5}{17} \right]$

- 128 **Intero diviso frazione** Calcola i seguenti quozienti.

$5 : \frac{3}{2} = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$        $9 : \frac{1}{4}$        $15 : \frac{3}{5}$        $12 : \frac{7}{10}$        $30 : \frac{2}{4}$        $60 : \frac{48}{2}$        $\left[ 36; 25; \frac{120}{7}; 60; \frac{5}{2} \right]$

**Divisioni con tre termini** Calcola i seguenti quozienti. Scrivi il risultato ridotto ai minimi termini.

129  $\frac{1}{5} : \frac{7}{10} : \frac{9}{14} = \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{4}{9}$

130  $\frac{6}{7} : \frac{2}{7} : \frac{7}{6}$        $\frac{25}{38} : \frac{20}{19} : \frac{3}{4}$        $\frac{4}{9} : \frac{5}{2} : \frac{2}{3}$        $\left[ \frac{18}{7}, \frac{5}{6}, \frac{4}{15} \right]$

131  $\frac{2}{3} : \frac{4}{3} : \frac{7}{2}$        $5 : \frac{2}{3} : \frac{4}{9}$        $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : 6$        $\left[ \frac{1}{7}, \frac{135}{8}, \frac{1}{3} \right]$

132  $\frac{2}{5} : \frac{4}{25} : \frac{12}{15}$        $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} : \frac{9}{14}$        $\frac{1}{8} : \frac{11}{4} : \frac{21}{22}$        $\left[ \frac{25}{8}, \frac{28}{81}, \frac{1}{21} \right]$

133  $\frac{9}{16} : \frac{21}{4} : \frac{3}{7}$        $\frac{5}{7} : \frac{25}{49} : \frac{7}{10}$        $\frac{3}{4} : \frac{3}{20} : \frac{5}{2}$        $\left[ \frac{1}{4}; 2; 2 \right]$

134  $\frac{11}{13} : \frac{11}{26} : \frac{4}{3}$        $\frac{7}{5} : \frac{8}{35} : 14$        $\frac{7}{15} : \frac{14}{25} : \frac{5}{4}$        $\left[ \frac{3}{2}, \frac{7}{16}, \frac{2}{3} \right]$

- 135 **A mente** Calcola rapidamente il risultato delle seguenti operazioni.

$\frac{5}{7} : \frac{2}{3} : \frac{5}{7}$

$\frac{549}{307} : \frac{2}{3} : \frac{549}{307}$

$\frac{101}{8} : \frac{7}{102} : \frac{101}{102}$

**Mini-espressioni con moltiplicazioni e divisioni** Risolvi le seguenti mini-espressioni.

**ESERCIZIO GUIDA**

136  $\frac{140}{11} \cdot \frac{3}{4} : 5 \cdot \frac{44}{15} : \frac{7}{5}$

Quando abbiamo un'espressione contenente solo moltiplicazioni e divisioni, conviene trasformarla in una sequenza di sole moltiplicazioni, mettendo il simbolo di moltiplicazione al posto di quello di divisione e invertendo tutte le frazioni che seguono il segno di divisione:

$$\frac{140}{11} \cdot \frac{3}{4} : 5 \cdot \frac{44}{15} : \frac{7}{5} = \frac{140}{11} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{44}{15} \cdot \frac{5}{7}$$

A questo punto possiamo semplificare in diagonale.

In questo caso, 44 si può semplificare con 4 e 11, 15 si può semplificare con 3 e 5:

$$\overset{4 \cdot 20}{\cancel{140}} \cdot \overset{3^1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{4 \cdot 4}{\cancel{44}} \cdot \overset{5^1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}} = 4$$

137  $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} : \frac{1}{9} \cdot 2 : \frac{4}{5}$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{4} \cdot \frac{14}{3} : 49 \cdot \frac{2}{3}$

$\left[\frac{15}{4}, \frac{2}{21}\right]$

138  $\frac{16}{5} : \frac{8}{3} : \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9}$

$\frac{8}{5} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{9}{2} : \frac{1}{2}$

$\left[\frac{16}{5}, 15\right]$

139  $\frac{11}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{11} : 3 \cdot \frac{1}{9}$

$\frac{22}{13} : \frac{1}{26} \cdot \frac{3}{11} : \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9}$

$\left[\frac{20}{81}, 1\right]$

140  $\frac{44}{3} : \frac{11}{9} \cdot \frac{1}{12} \cdot 9 : \frac{6}{5}$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{8} : 4 \cdot \frac{11}{4} : \frac{22}{3}$

$\left[\frac{15}{2}, \frac{3}{8}\right]$

**Frazioni a termini frazionari** Calcola le seguenti frazioni a termini frazionari.

141  $\frac{\frac{19}{20}}{\frac{2}{5}} = \frac{19}{20} : \frac{2}{5} = \frac{19}{\cancel{20}} \cdot \frac{5}{2} = \frac{19}{4 \cdot 2} = \frac{19}{8}$

142  $\frac{\frac{35}{4}}{\frac{7}{14}} \cdot \frac{\frac{18}{77}}{\frac{27}{22}} \cdot \frac{\frac{9}{16}}{\frac{54}{2}} \cdot \frac{\frac{77}{30}}{\frac{7}{22}} = \left[\frac{35}{2}, \frac{4}{21}, \frac{1}{48}, \frac{121}{15}\right]$

143  $\frac{\frac{15}{49}}{\frac{9}{7}} \cdot \frac{\frac{5}{2}}{\frac{100}{3}} \cdot \frac{\frac{3}{8}}{\frac{33}{40}} \cdot \frac{\frac{125}{36}}{\frac{25}{12}} = \left[\frac{5}{21}, \frac{3}{40}, \frac{5}{11}, \frac{5}{3}\right]$

144  $\frac{\frac{21}{35}}{\frac{3}{3}} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}} \cdot \frac{\frac{8}{19}}{\frac{8}{8}} \cdot \frac{\frac{36}{42}}{\frac{9}{9}} = \left[\frac{1}{5}, \frac{4}{3}, \frac{1}{19}, \frac{2}{21}\right]$

**145 Linguaggio matematico**

- Dividi  $\frac{1}{4}$  per  $\frac{1}{8}$ . Qual è il quoziente? .....
- Dividi  $\frac{9}{20}$  per 3. Qual è il quoziente? .....
- Calcola  $\frac{3}{85}$  fratto  $\frac{18}{5}$ . Che frazione ottieni? .....
- Dividi 10 per  $\frac{1}{4}$  e aggiungi 5 al risultato. Che numero ottieni? .....

**146 Numeri e variabili**

- Calcola quanto vale  $a : b$  sapendo che  $a = \frac{1}{2}$  e  $b = \frac{2}{3}$ .
- Calcola quanto vale  $x : \frac{4}{5}$  sapendo che  $x = \frac{3}{4}$ .
- Calcola quanto vale  $\frac{8}{y}$  sapendo che  $y = \frac{10}{9}$ .

- 147 **Incognite** Scrivi nelle caselle i numeri mancanti.

$$\frac{16}{57} \cdot \frac{4}{\square} = \frac{4}{19}$$

$$\frac{70}{9} \cdot \frac{\square}{15} = \frac{25}{6}$$

- 148 **Molte soluzioni** Scrivi nelle caselle i numeri mancanti. Per ogni esercizio trova almeno due soluzioni diverse.

$$\frac{\square}{7} \cdot \frac{\square}{3} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{6}{\square} \cdot \frac{10}{\square} = \frac{3}{25}$$

**MONDO REALE** Risolvi i seguenti problemi, usando la divisione di frazioni.

**ESERCIZIO GUIDA**

- 149 **Succo** Quante bottiglie da  $\frac{3}{4}$  di litro si possono riempire con 45 litri di succo?

**Primo metodo.** Calcoliamo quante volte  $\frac{3}{4}$  è contenuto in 45 con una divisione:

$$45 : \frac{3}{4} = 45 \cdot \frac{4}{3} = 60$$

**Secondo metodo.** Convertiamo la frazione in un numero decimale:

$$\frac{3}{4} \text{ di litro} = 0,75 \text{ litri}$$

Anche in questo caso eseguiamo una divisione:

$$45 : 0,75 = 60$$

**Risposta.** Si possono riempire 60 bottiglie di succo.



- 150 **Caffè** Una caffettiera contiene  $\frac{2}{5}$  di litro di caffè. Se dividi il caffè in 4 tazze, in parti uguali, quanto contiene ogni tazza? Esprimi il risultato in due modi: in frazione di litro e in centilitri.  $[\frac{1}{10} \text{ L}; 10 \text{ cL}]$

- 151 **Muffin** Nel frigorifero di nonna Mariuccia sono rimasti  $\frac{3}{4}$  di litro di latte. La nonna vuole preparare dei muffin e ha calcolato che, con la sua ricetta, per ogni muffin le occorrono  $\frac{3}{20}$  di litro di latte. Quanti muffin può preparare? [5]



- 152 **Cedrata** Nonno Ernesto ha una bottiglia con  $\frac{3}{4}$  di litro di cedrata. Quanti bicchierini da  $\frac{1}{10}$  di litro può riempire completamente? [7]

- 153 **Moneta misteriosa** Quale moneta ha il valore di  $\frac{1}{5}$  di 1 €? Quante di queste monete servono per fare 5 €? [25]

- 154 **Aranciata** Con 2 arance fresche si prepara un bicchiere di aranciata da  $\frac{1}{5}$  di litro. Mattia ha 35 arance e deve preparare 3 litri di aranciata. Quante arance gli avanzeranno? [5]

- 155 **Bottiglie di vino** Una botte di vino ha la capacità di 63,35 litri. Se si travasa il vino in bottiglie della capacità di  $\frac{7}{10}$  di litro, quante bottiglie occorrono? L'ultima bottiglia quanto vino conterrà?

[91 bottiglie; 0,35 litri]

**Numero intero diviso frazione** Rispondi alle seguenti domande.

- 156 **A colpo d'occhio 1** Mario e Maria hanno diviso 5 per  $\frac{1}{2}$  e hanno ottenuto i seguenti risultati.

Mario: «Viene 10.»

Maria: «Viene 2,5.»

Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 157 **A colpo d'occhio 2** Giulia e Giulio hanno diviso 20 per  $\frac{5}{2}$  e hanno ottenuto i seguenti risultati.  
 Giulia: «Viene 8.»       Giulio: «Viene 50.»  
 Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 158 **COME UN MATEMATICO** **A colpo d'occhio... maggiore o minore** Rispondi alle seguenti domande.  
 a. In quali casi, dividendo un numero intero per una frazione, il risultato è maggiore del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.  
 b. In quali casi, dividendo un numero intero per una frazione, il risultato è minore o uguale del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.

## 4 La potenza di una frazione

- 159 **Vero o falso?** Indica con una crocetta se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle false.
- a. Il quadrato di  $\frac{4}{5}$  è  $\frac{8}{10}$ .  V  F
- b. Scrivere  $\left(\frac{8}{5}\right)^4$  è come scrivere  $\frac{8^4}{5^4}$ .  V  F
- c. Una qualunque frazione elevata alla 1 è uguale alla frazione stessa.  V  F
- d. Il prodotto di due potenze aventi come base la stessa frazione è una potenza con la stessa base e con esponente uguale al prodotto degli esponenti.  V  F
- e. Nel dividere  $\left(\frac{2}{3}\right)^5$  per  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$  non si possono usare proprietà delle potenze.  V  F
- 160 **Associa** Collega con una freccia le frazioni uguali.

$\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\frac{2}{5^3}$	$\frac{2^3}{5}$
$\frac{8}{125}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{125}$

- 161 **Dal prodotto alla potenza e dalla potenza al prodotto**
- a. Scrivi i seguenti prodotti sotto forma di potenze e calcola i risultati.
- |   |   |                                   |
|---|---|-----------------------------------|
| $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$ | $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$ | $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}$ |
|---|---|-----------------------------------|
- b. Scrivi le seguenti potenze sotto forma di prodotti e calcola i risultati.
- |                              |                               |                              |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ | $\left(\frac{6}{11}\right)^2$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|

**INVALSI**

- 162 Le potenze  $\left(\frac{4}{3}\right)^2$  e  $\frac{4^2}{3}$  hanno lo stesso valore?
- A.  No, la prima vale  $\frac{16}{3}$  e la seconda  $\frac{16}{9}$ .  
 B.  No, la prima vale  $\frac{16}{9}$  e la seconda  $\frac{16}{3}$ .  
 C.  Sì, valgono entrambe  $\frac{16}{3}$ .  
 D.  Sì, valgono entrambe  $\frac{16}{9}$ .

(INVALSI 2007-2008)