

- 157 **A colpo d'occhio 2** Giulia e Giulio hanno diviso 20 per $\frac{5}{2}$ e hanno ottenuto i seguenti risultati.
 Giulia: «Viene 8.» Giulio: «Viene 50.»
 Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.

- 158 **COME UN MATEMATICO A colpo d'occhio... maggiore o minore** Rispondi alle seguenti domande.
- In quali casi, dividendo un numero intero per una frazione, il risultato è maggiore del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.
 - In quali casi, dividendo un numero intero per una frazione, il risultato è minore o uguale del numero intero stesso? Fai alcuni esempi.

4 La potenza di una frazione

- 159 **Vero o falso?** Indica con una crocetta se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle false.

- Il quadrato di $\frac{4}{5}$ è $\frac{8}{10}$. V F
- Scrivere $\left(\frac{8}{5}\right)^4$ è come scrivere $\frac{8^4}{5^4}$. V F
- Una qualunque frazione elevata alla 1 è uguale alla frazione stessa. V F
- Il prodotto di due potenze aventi come base la stessa frazione è una potenza con la stessa base e con esponente uguale al prodotto degli esponenti. V F
- Nel dividere $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ per $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ non si possono usare proprietà delle potenze. V F

- 160 **Associa** Collega con una freccia le frazioni uguali.

$\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\frac{2}{5^3}$	$\frac{2^3}{5}$
$\frac{8}{125}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{125}$

- 161 **Dal prodotto alla potenza e dalla potenza al prodotto**

- a. Scrivi i seguenti prodotti sotto forma di potenze e calcola i risultati.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}$$

- b. Scrivi le seguenti potenze sotto forma di prodotti e calcola i risultati.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$\left(\frac{6}{11}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4$$

INVALSI

- 162 Le potenze $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ e $\frac{4^2}{3}$ hanno lo stesso valore?

- | | |
|--|---|
| A. <input type="checkbox"/> No, la prima vale $\frac{16}{3}$ e la seconda $\frac{16}{9}$. | C. <input type="checkbox"/> Sì, valgono entrambe $\frac{16}{3}$. |
| B. <input type="checkbox"/> No, la prima vale $\frac{16}{9}$ e la seconda $\frac{16}{3}$. | D. <input type="checkbox"/> Sì, valgono entrambe $\frac{16}{9}$. |

(INVALSI 2007-2008)

Senza semplificazioni Calcola le seguenti potenze di frazioni.

- 163** $\left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^3$ $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ $\left(\frac{3}{4}\right)^3$
164 $\left(\frac{3}{7}\right)^2$ $\left(\frac{1}{10}\right)^4$ $\left(\frac{4}{3}\right)^0$ $\left(\frac{5}{6}\right)^3$ $\left(\frac{1}{7}\right)^2$
165 $\left(\frac{7}{8}\right)^2$ $\left(\frac{3}{5}\right)^1$ $\left(\frac{1}{8}\right)^3$ $\left(\frac{10}{9}\right)^0$ $\left(\frac{3}{2}\right)^3$
166 $\left(\frac{9}{7}\right)^2$ $\left(\frac{2}{9}\right)^3$ $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ $\left(\frac{25}{49}\right)^0$

Con semplificazioni Calcola le potenze, dopo aver ridotto le frazioni ai minimi termini.

- 167** $\left(\frac{14}{49}\right)^2$ $\left(\frac{5}{50}\right)^5$ $\left(\frac{27}{3}\right)^2$ $\left(\frac{128}{160}\right)^3$ $\left(\frac{30}{18}\right)^2$ $\left(\frac{18}{81}\right)^3$
168 $\left(\frac{132}{55}\right)^2$ $\left(\frac{24}{78}\right)^2$ $\left(\frac{25}{15}\right)^3$ $\left(\frac{400}{30}\right)^2$ $\left(\frac{458}{916}\right)^5$ $\left(\frac{192}{24}\right)^3$

169 Cubi e quadrati Completa la seguente tabella, scrivendo il quadrato e il cubo delle frazioni nella prima riga. Se possibile, prima di svolgere i calcoli, riduci le frazioni ai minimi termini.

	$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{88}{11}$	$\frac{3}{36}$
Quadrato	$\left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$					
Cubo						

Esponenti sopra e sotto Calcola, riducendo il risultato ai minimi termini.

ESERCIZIO GUIDA

170

a. $\frac{3^2}{11}$

b. $\frac{6}{2^3}$

Quando non compaiono parentesi attorno alla frazione, la potenza è riferita solo al numeratore o solo al denominatore (a seconda di dove è posizionato l'esponente).

a. $\frac{3^2}{11}$ L'esponente 2 è riferito al numeratore 3.

b. $\frac{6}{2^3}$ L'esponente 3 è riferito solo al denominatore 2.

Svolgiamo i calcoli, mantenendo uguale il denominatore:

$$\frac{3^2}{11} = \frac{9}{11}$$

Svolgiamo i calcoli, mantenendo uguale il numeratore:

$$\frac{6}{2^3} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

- 171** $\frac{2^2}{3}$ $\frac{5}{7^2}$ $\left(\frac{5}{7}\right)^2$ $\frac{2^4}{5}$ $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ $\frac{7}{2^3}$
172 $\frac{2^0}{7}$ $\left(\frac{2}{7}\right)^0$ $\frac{7}{2^0}$ $\left(\frac{2}{7}\right)^2$ $\frac{2}{7^2}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3$
173 $\frac{3}{5^2}$ $\frac{8^2}{5^3}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ $\left(\frac{9}{4}\right)^3$ $\frac{9^3}{4}$ $\frac{25}{7^0}$
174 $\frac{3}{3^3}$ $\left(\frac{14}{16}\right)^2$ $\frac{5^3}{2^2}$ $\left(\frac{3}{10}\right)^3$ $\frac{30}{5^2}$ $\frac{6^2}{45}$

Proprietà? Calcola applicando, dove possibile, le proprietà delle potenze.

Quando ti è comodo, lascia il risultato sotto forma di potenza.

$$\begin{array}{ll} \text{175} & \left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{15} \left[\left(\frac{2}{7}\right)^{18}\right] & \left(\frac{15}{16}\right)^9 : \left(\frac{15}{16}\right)^6 \left[\left(\frac{15}{16}\right)^3\right] \\ & \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^4 \left[\left(\frac{3}{5}\right)^8\right] & \left(\frac{6}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left[\left(\frac{2}{5}\right)^5\right] \end{array}$$

Ricorda che le proprietà delle potenze sono le stesse che valgono per i numeri interi e decimali.



$$\begin{array}{llll} \text{176} & \left(\frac{1}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{21}\right)^2 & \left[\left(\frac{2^2}{3}\right)^2\right]^2 & \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 & \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \\ \text{177} & \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 & \left(\frac{3}{8}\right)^8 : \left(\frac{3}{8}\right)^2 & \left(\frac{4}{9}\right)^5 : \frac{4}{9} & \left(\frac{7}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{7}{2}\right) : \left(\frac{7}{2}\right)^3 \\ \text{178} & \left[\left(\frac{1}{9}\right)^{15}\right]^2 & \left\{\left[\left(\frac{3}{8}\right)^3\right]^4\right\}^2 & \left[\left(\frac{2}{5^0}\right)^3\right]^3 & \left[\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3\right]^2 \\ \text{179} & \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 & \left(\frac{7}{6}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 & \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 & 5^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\ \text{180} & \left(\frac{12}{5}\right)^2 : \left(\frac{8}{35}\right)^2 & \left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{8}{6}\right)^2 & \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 & \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\ \text{181} & \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 & \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2^3} & \left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{1}{5}\right)^5 : 5^5 & \left(\frac{4}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 \end{array}$$

Potenze di mini-espressioni Risolvi le seguenti mini-espressioni.

ESERCIZIO GUIDA

182 $\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right)^2$

Quando un'espressione tra parentesi è elevata a potenza, bisogna prima svolgere i conti tra parentesi e poi calcolare la potenza del risultato.

$$\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right)^2 = \left(\frac{21 - 14}{24}\right)^2 = \left(\frac{7}{24}\right)^2 = \frac{49}{576}$$

$$\begin{array}{lll} \text{183} & \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2 & \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8}\right)^2 \\ \text{184} & \left(\frac{10}{7} : \frac{15}{14}\right)^3 & \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{7}{12}\right)^2 \\ \text{185} & \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 & \left(2 - \frac{3}{5}\right)^2 & \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^3 \\ \text{186} & \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{24}\right)^2 & \left(2 + \frac{1}{2}\right)^3 & \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)^3 \\ \text{187} & \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{2} - 1\right)^2 & \left(5 - \frac{7}{2} + \frac{1}{4}\right)^3 & \left(7 - \frac{4}{5} - \frac{11}{5}\right)^2 \\ \text{188} & \left(2 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)^2 & \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{8}{15}\right)^2 & \left(\frac{1}{2} + 3 + \frac{3}{4}\right)^2 \\ \text{189} & \left(\frac{4}{11} - \frac{1}{22} + \frac{1}{2}\right)^3 & \left(\frac{11}{6} - \frac{3}{4} - \frac{5}{12}\right)^2 & \left(\frac{13}{7} - \frac{3}{4} - \frac{5}{14}\right)^3 \\ \text{190} & \left(\frac{2}{26} : \frac{9}{39} \cdot 3\right)^7 & \left(\frac{3}{2} : \frac{5}{8} : 6\right)^2 & \left(\frac{9}{5} + \frac{13}{10} - 3\right)^4 \end{array}$$

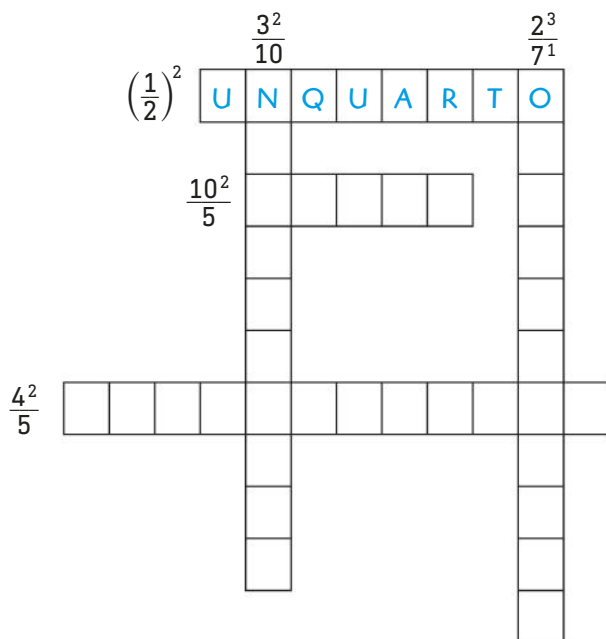
191 Linguaggio matematico

- a. Eleva $\frac{3}{7}$ al cubo. Quanto vale la potenza?
- b. Moltiplica il quadrato di $\frac{25}{6}$ per il quadrato di $\frac{21}{5}$. Qual è il risultato?
- c. Calcola la differenza fra il quadrato di $\frac{3}{4}$ e il cubo di $\frac{1}{2}$

192 Tutte

Calcola il quadrato di tutte le frazioni improprie aventi come numeratore 6.

- 193 **G I O C O** Risolvi il seguente cruciverba, scrivendo le soluzioni in parole, senza lasciare spazi. Quando una soluzione è riducibile, scrivila ridotta ai minimi termini.



194 Numeri e variabili

- a. Calcola quanto vale a^2 sapendo che $a = \frac{2}{3}$.
- b. Calcola quanto vale $\frac{a}{b^3}$ sapendo che $a = 4$, $b = 2$.
- c. Calcola quanto vale $\frac{19}{b^2} - \frac{1}{b^2}$ sapendo che $b = 3$.

195 Incognite

Scrivi nelle caselle i numeri mancanti. Le frazioni sono ridotte ai minimi termini.

- a. $\left(\frac{7}{\square}\right)^2 = \frac{\square}{144}$
- b. $\frac{10^2}{\square} = 4$
- c. $\frac{\square}{8^2} = \frac{11}{8}$

Frazioni e potenze di frazioni

Rispondi alle seguenti domande.

- 196 **A colpo d'occhio 1** Fulvio e Fulvia hanno elevato alla seconda $\frac{27}{33}$ e hanno tratto le seguenti conclusioni. Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.
- Fulvio: «Viene un numero minore di $\frac{27}{33}$.»
- Fulvia: «Viene un numero maggiore di $\frac{27}{33}$.»
- 197 **A colpo d'occhio 2** Stefano e Stefania hanno elevato $\frac{15}{13}$ alla quinta e hanno ottenuto i seguenti risultati. Senza svolgere i conti, individua chi dei due ha ragione.
- Stefano: «Viene un numero minore di $\frac{15}{13}$.»
- Stefania: «Viene un numero maggiore di $\frac{15}{13}$.»
- 198 **A colpo d'occhio... maggiore o minore** Rispondi alle seguenti domande.
- a. In quali casi, elevando a potenza una frazione, il risultato è maggiore o uguale della frazione stessa? Fai alcuni esempi.
- b. In quali casi, elevando a potenza una frazione, il risultato è minore della frazione stessa? Fai alcuni esempi.