

Problemi fondamentali sulle frazioni

In questa lezione impareremo a distinguere e risolvere due tipi di problemi con le frazioni, chiamati **problema diretto** e **problema inverso**.

Problema fondamentale diretto

ESPLORA

Listello Un listello di legno è lungo 90 cm. Quanto misurano i suoi $\frac{2}{5}$?

Conosci la lunghezza del listello e devi calcolarne i $\frac{2}{5}$.

1) Dividi per il denominatore e trovi $\frac{1}{5}$ del listello:

$$90 \text{ cm} : \dots = \dots$$

2) Moltiplichiamo per il numeratore e troviamo i $\frac{2}{5}$ del listello:

$$\dots \cdot 2 = \dots$$

Quindi i $\frac{2}{5}$ del listello misurano cm.

Lo stesso risultato si ottiene **moltiplicando**

la lunghezza del listello per $\frac{2}{5}$:

$$90 \text{ cm} \cdot \frac{2}{5} = \frac{90}{1} \cdot \frac{2}{5} \text{ cm} = 36 \text{ cm}$$

frazione = $\frac{2}{5}$



Conosci già questo procedimento.
Lo riprendiamo per un breve ripasso.



CONCETTO CHIAVE

Problema diretto

Per **calcolare una frazione di un numero (o di una grandezza)** si procede così:

- 1) si divide il numero (o la misura della grandezza) per il denominatore della frazione;
- 2) si moltiplica il risultato per il numeratore.

Tale procedura equivale a **moltiplicare il numero per la frazione**.

Problema fondamentale inverso

ESERCIZIO GUIDA

1 Cioccolatini Sofia ha mangiato 6 cioccolatini, pari ai $\frac{3}{8}$ di quelli che si trovavano in una scatola. Quanti cioccolatini conteneva la scatola?

Sappiamo che 6 cioccolatini corrispondono ai $\frac{3}{8}$ del totale e dobbiamo trovare il totale.

In questo caso il procedimento è l'inverso di quello del problema precedente.

$$6 : 3 = 2 \text{ cioccolatini}$$

Dividiamo per il numeratore e troviamo $\frac{1}{8}$ di tutti i cioccolatini.

$$2 \cdot 8 = 16 \text{ cioccolatini}$$

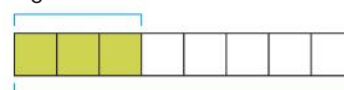
Moltiplichiamo per il denominatore e troviamo il totale dei cioccolatini.

Risposta: la scatola conteneva 16 cioccolatini.

Lo stesso risultato si ottiene **dividendo** il numero dei cioccolatini mangiati per $\frac{3}{8}$:

$$6 : \frac{3}{8} = \frac{6}{1} \cdot \frac{8}{3} = 16 \text{ cioccolatini}$$

$\frac{3}{8} \rightarrow 6$ cioccolatini



$\frac{8}{8} \rightarrow$ totale dei cioccolatini



CONCETTO CHIAVE

Problema inverso

Per **calcolare un numero (o una grandezza) conoscendo una sua frazione** si procede così:

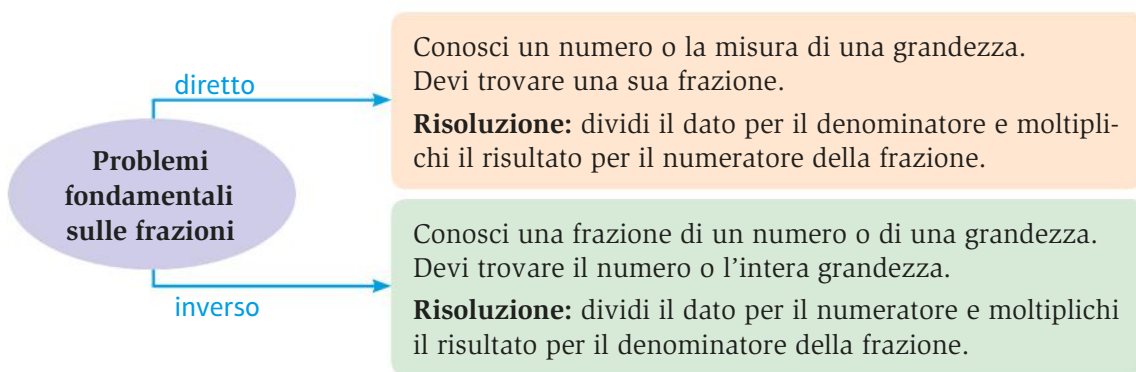
- 1) si divide il numero (o la misura della grandezza) per il numeratore della frazione;
- 2) si moltiplica il risultato per il denominatore.

Tale procedura equivale a **dividere il numero per la frazione**.

Diretto o inverso?

Per riconoscere se un problema è diretto o inverso devi **esaminare attentamente i dati e la domanda**. Lo schema seguente potrà aiutarti.

Attenzione! Una lettura superficiale e distratta del testo potrebbe farti scambiare lucciole per lanterne!



ESERCIZIO GUIDA CON VIDEO TUTORIAL



2 Il ciclista Mario Leggi i testi dei seguenti problemi.

Per ciascuno di essi stabilisci se è un problema diretto o inverso e risolvi.

Problema A

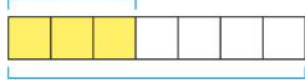
Mario deve percorrere un tragitto di 42 km in bicicletta. Ha già percorso $\frac{3}{7}$ di tale tragitto.

Quanti chilometri ha percorso?

Conosciamo l'intera lunghezza del tragitto, cioè 42 km, e dobbiamo calcolarne una parte, cioè $\frac{3}{7}$.

Perciò questo è un **problema diretto**.

frazione = $\frac{3}{7}$



intero tragitto = 42 km

Calcoliamo $\frac{3}{7}$ di 42 km:

$$42 \text{ km} : 7 \cdot 3 = 18 \text{ km}$$

Risposta: Mario ha percorso 18 km.

Problema B

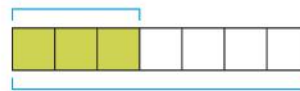
Mario ha già percorso 42 km che corrispondono ai $\frac{3}{7}$ dell'intero tragitto che deve percorrere.

Quanto è lungo l'intero tragitto?

Sappiamo che i 42 km già percorsi sono una parte che corrisponde ai $\frac{3}{7}$ dell'intero tragitto. Dobbiamo calcolare l'intero tragitto.

Perciò questo è un **problema inverso**.

frazione = $\frac{3}{7} \rightarrow 42 \text{ km}$



intero tragitto = $\frac{7}{7}$

Calcoliamo la lunghezza del tragitto:

$$42 \text{ km} : 3 \cdot 7 = 98 \text{ km}$$

Risposta: il tragitto è lungo 98 km.