

3 Proporzionalità in mountain bike

ARGOMENTO CURRICOLARE	Il ragionamento proporzionale [Unità A14]
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizzare il concetto di rapporto fra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione • Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà • Esprimere la relazione di proporzionalità con un'uguaglianza di frazioni e viceversa • Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche o ricavate da tabelle e per studiare in particolare le funzioni del tipo $y = ax$, $y = a/x$ e i loro grafici e collegarle al concetto di proporzionalità • Dare stime approssimate per il risultato di un'operazione e controllare la plausibilità di un calcolo
COMPETENZE CHIAVE COINVOLTE	1 Comunicazione nella madrelingua o lingua di istruzione 3 Competenza matematica e competenze di base in scienza e tecnologia 4 Competenze digitali 5 Imparare ad imparare

► INTRODUZIONE AI CONTENUTI

In questa attività si applicano **rapporti, proporzioni e proporzionalità** a un contesto che può risultare particolarmente congeniale ai ragazzi: il **meccanismo di funzionamento del cambio di una mountain bike**.

- **Attività 1.** La prima fase dell'attività consiste nella ricerca a casa di informazioni su componenti e meccanismo del cambio di una bicicletta. La ricerca serve essenzialmente per introdurre l'argomento, catturare l'attenzione dei ragazzi e definire i termini utili. Lo studente deve prendere nota delle risposte a precise domande, che serviranno poi per le attività in classe.
- **Attività 2.** Le risposte alle domande della ricerca vengono utilizzate in classe per comporre una mappa concettuale che sintetizzi il funzionamento del gruppo di cambio, illustrato nel dettaglio nella scheda dell'attività 3 (riprodotta a pagina 63 di questa guida).
- **Attività 3.** Viene fornita agli studenti una scheda (riprodotta a pagina 63) che traduce in formule le nozioni fondamentali sul funzionamento del cambio.

Tutta la matematica dell'attività si sviluppa a partire da un'unica formula, che definisce lo **sviluppo metrico S dei rapporti di una bicicletta**: la distanza S in metri percorsa dalla ruota posteriore è data dal prodotto tra la circonferenza della ruota C_r e il rapporto tra il numero di denti D_c della corona anteriore e il numero di denti D_p del pignone posteriore:

$$S = \frac{D_c}{D_p} \times C_r$$

Quest'unica formula serve come punto di partenza per **ripassare le proporzioni** (Esercizio 1 a p. 64), il concetto di **rapporto** (Esercizi 2 e 3 a p. 64) e la **proporzionalità inversa** (Esercizio 4 a p. 64).

RISPOSTE AGLI ESERCIZI DELL'ATTIVITÀ 3 (p. 64)**Esercizio 1.**

Dividendo entrambi i membri per C_r , si ottiene $\frac{S}{C_r} = \frac{D_c}{D_p}$, cioè $S : C_r = D_c : D_p$

In altre parole, il rapporto tra lo spazio percorso a un giro di pedale e la circonferenza della ruota è uguale al rapporto tra la corona anteriore e il pignone posteriore.

Esercizio 2.

I rapporti possibili per una bicicletta dotata di 2 corone e 7 pignoni sono $2 \times 7 = 14$. Escludendo gli estremi (in grigio) secondo la regola del “-2”, i rapporti sono:

11			
12		D_c	D_c
13	D_p	50	34
14	32	1.56	1.06
15	26	1.92	1.31
16	21	2.38	1.62
17	18	2.78	1.89
18	16	3.12	2.12
19	14	3.57	2.43
20	12	4.17	2.83
21			

Esercizio 3.

Si fa riferimento alla tabella di rapporti dell'Esercizio 2.

a. Lo sviluppo metrico della bicicletta di Sofia è 3,97 m.

b. Per superarlo, Martina potrà impostare qualunque rapporto maggiore di $\frac{3,97 \text{ m}}{1,5 \text{ m}} = 2,65$ (1,5 m è la

circonferenza della ruota). Dovendo escludere i rapporti sconsigliati per la regola del “-2”, quelli

possibili sono: $\frac{50}{18}$, $\frac{50}{16}$, $\frac{50}{14}$, $\frac{50}{12}$.

Esercizio 4.

a.														
	D_p	11	13	15	17	19	22	25	28	32	36	42	50	
	R_m	2,91	2,46	2,13	1,88	1,68	1,45	1,28	1,14	1	0,89	0,76	0,64	

c. Proporzionalità inversa: $R_m = \frac{D_c}{D_p}$

D_p è la variabile indipendente e R_m la variabile dipendente. D_c rappresenta il numero di denti dell'unica corona ed è quindi una costante: la costante di proporzionalità.

3 Proporzionalità in mountain bike

► INTRODUZIONE

La tua biciletta ha i rapporti di velocità? Se li ha, saprai per esperienza che un rapporto “corto” ti fa fare poca fatica ma anche poca strada, mentre con un rapporto “lungo” devi pedalare in modo più energico rispetto al “corto”, ma con una pedalata fai molta più strada.

Il fatto che le marce della bicicletta si chiamino “rapporti” non è un caso: tutte queste caratteristiche hanno infatti una spiegazione matematica che ha a che fare con i **rapporti** e le **proporzioni**.

Facciamo qualche calcolo per dare un senso matematico alla tua esperienza di ciclista!

► MATERIALI DA CONSULTARE A CASA

In Rete

Ricerca in Rete informazioni su come funziona il cambio di una bicicletta e in particolare trova le risposte alle domande che seguono.

- Cos'è la corona?
- Cos'è il pignone?
- A che cosa servono i denti?
- Che cos'è il rapporto di cambio?

► SEQUENZA DELLE ATTIVITÀ DA SVOLGERE

1. A CASA

Fai la ricerca in Rete proposta nel box precedente e scrivi sul quaderno le risposte alle domande.

2. A SCUOLA (lavoro individuale)

Sviluppa una mappa concettuale del gruppo trasmissione di una bicicletta a partire dalle risposte che hai scritto sul quaderno.

3. A SCUOLA (lavoro a coppie)

Eseguite il compito assegnato nelle pagine seguenti sullo sviluppo metrico dei rapporti di una bicicletta.

CHECKLIST DI AUTOVALUTAZIONE	PUNTEGGIO
Ho eseguito correttamente l'esercizio 1 /1
Ho eseguito correttamente l'esercizio 2 /2
Ho eseguito correttamente l'esercizio 3 /3
Ho eseguito correttamente l'esercizio 4 /4
Totale max /10

Attività 3

SVILUPPO METRICO DEI RAPPORTI DI UNA BICICLETTA

Lo **sviluppo metrico** di una bicicletta (o lunghezza del rapporto) è una grandezza che indica **quanti metri percorre la ruota posteriore a ogni giro completo di pedale.**

Lo sviluppo metrico si indica con S e il suo valore dipende da tre parametri:

- il numero di denti della corona anteriore, D_c ;
- il numero di denti del pignone posteriore, D_p ;
- la circonferenza della ruota (copertone compreso), C_r .

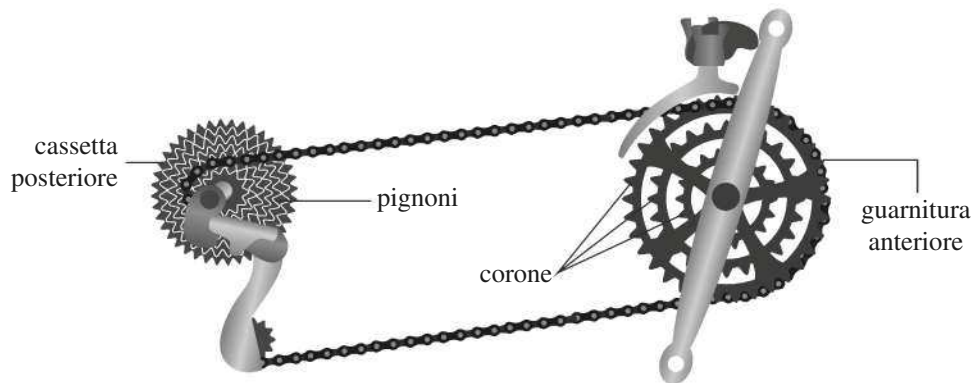
La formula per calcolare lo sviluppo metrico è:

$$S = \frac{D_c}{D_p} \times C_r \quad (1)$$

che si può scrivere anche come:

$$S = R_m \times C_r \quad (2)$$

dove abbiamo indicato con R_m il rapporto di marcia $\frac{D_c}{D_p}$ che si imposta tutte le volte che si agisce sui comandi del cambio.



Il **numero dei rapporti** che si possono impostare su una bicicletta è dato dal **prodotto tra il numero di pignoni della cassetta posteriore e il numero delle corone della guarnitura anteriore.**

Per esempio, se la cassetta posteriore è formata da 10 pignoni e la guarnitura anteriore da 3 corone, si avranno $10 \times 3 = 30$ possibili rapporti.

Regole utili nell'uso del cambio

- **Regola del "–2"**: per non sforzare troppo la catena, con la corona grande non si devono utilizzare i due pignoni più grandi e con la corona piccola non si devono usare i due pignoni più piccoli.
- **In pianura**: è consigliato un **rapporto lungo** (corona grande davanti e pignone piccolo dietro), con cui si percorre una distanza più lunga a ogni rotazione completa del pedale. Essendo un rapporto duro, richiede una forza muscolare maggiore per pedalare.
- **In salita**: è consigliato un **rapporto corto** (corona piccola davanti e pignone grande dietro), con cui si percorrono distanze più corte a ogni rotazione completa del pedale, ma si fa meno fatica.

Esercizi

1. Scrivi la proporzione da cui si ottiene la formula (1) dello sviluppo metrico.
2. Una bicicletta monta un gruppo cambio con una cassetta posteriore a 7 velocità (pignoni: 12-14-16-18-21-26-32) e una doppia anteriore (corone: 50-34). Crea una tabella a doppia entrata su un foglio di calcolo secondo l'esempio riportato a fianco e inserisci le formule per calcolare tutti i possibili rapporti, tranne quelli sconsigliati dalla regola del “-2”.

	A	B	C
1		D_c	
2	D_p	50	34
3	32		
4	26		
5	21		
6	18		
7	16		
8	14		
9	12		
10			

3. Sofia sta pedalando su una bicicletta che monta il gruppo cambio dell'Esercizio 2 e ha impostato un rapporto $\frac{34}{18}$.
 - a. Calcola lo sviluppo metrico (approssimato ai centesimi), sapendo che la bicicletta monta ruote da 28 pollici (circonferenza 2,10 m).
 - b. Martina, che viaggia su ruote da 20 pollici (circonferenza 1,50 m) e ha lo stesso gruppo cambio di Sofia, vorrebbe ottenere uno sviluppo metrico superiore. Esiste un rapporto che le permetta questo risultato? Se sì, quale?
4. Considera la formula per calcolare il valore del rapporto R_m :

$$R_m = \frac{D_c}{D_p}$$

Una bicicletta monta un gruppo cambio monocorona (cioè a una sola corona) da 32 denti, a 12 velocità (pignoni: 11-13-15-17-19-22-25-28-32-36-42-50).

- a. Calcola tutti i rapporti possibili.
- b. Disegna su un piano cartesiano la curva che rappresenta il valore del rapporto in funzione del pignone.
- c. Di quale tipo di proporzionalità si tratta?