

## 6 Non solo simili: autosimili!

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| <b>ARGOMENTO CURRICOLARE</b>       | Ingrandimenti, riduzioni in scala e similitudine [Unità G10]  |
| <b>OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria)</li> <li>• Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri</li> <li>• Riconoscere figure piane simili in vari contesti e riprodurre in scala una figura assegnata</li> <li>• Conoscere e utilizzare le principali trasformazioni geometriche e i loro invarianti</li> </ul> |
| <b>COMPETENZE CHIAVE COINVOLTE</b> | <b>1</b> Comunicazione nella madrelingua o lingua di istruzione<br><b>3</b> Competenza matematica e competenze di base in scienza e tecnologia<br><b>4</b> Competenze digitali<br><b>5</b> Imparare ad imparare<br><b>7</b> Spirito di iniziativa   |

### ► INTRODUZIONE AI CONTENUTI

L'unità di geometria sulla similitudine, gli ingrandimenti e le riduzioni offre uno spunto per uscire momentaneamente dal tracciato della geometria euclidea e proporre agli studenti uno spaccato del meraviglioso mondo della **geometria frattale**.

Questa attività è in sostanza una carrellata sui **frattali e sulle loro caratteristiche geometriche**.

Il video tutorial proposto si apre con un'introduzione sulle forme frattali in natura, che dà concretezza all'argomento e previene la tentazione di considerarlo astratto e lontano, per passare poi a spiegare le caratteristiche geometriche dei frattali attraverso l'osservazione di due oggetti in particolare: il **triangolo di Sierpinski** e il **tappeto di Sierpinski**.

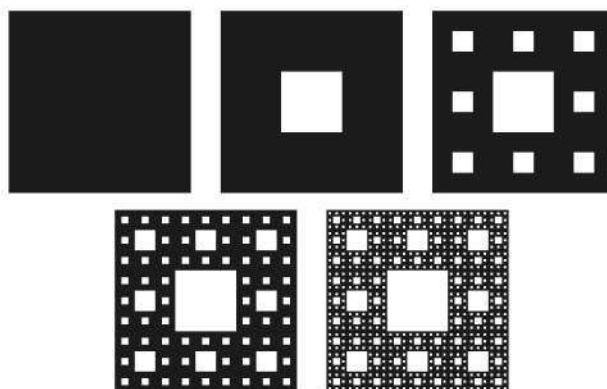
- **Attività 1.** Mentre il video tutorial scorre, lo studente a casa deve **prendere nota delle domande che appaiono in basso in rosso**. I tentativi di risposta saranno lo spunto per iniziare il confronto e le attività in classe.

**Le domande sono:**

1. Cerca e trascrivi la definizione di *frattale* formulata da Mandelbrot.
2. Quale trasformazione lega la figura intera con una sua parte? Che cosa significa *autosimilarità*?  
[Similitudine. Autosimilarità = proprietà di una figura simile a ogni sua parte]
3. Quale sarà il valore del perimetro (del tappeto di Sierpinski) per  $n$  tendente a infinito?  
[Infinito]

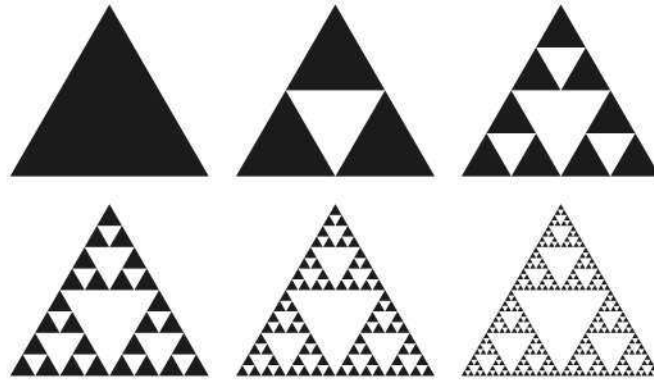
La figura frattale chiamata **tappeto di Sierpinski** si ottiene a partire da un quadrato di lato 3 unità (costituito quindi da 9 quadratini unitari): si rimuove il quadratino centrale e poi si reitera la rimozione degli elementi per ogni quadratino che rimane a ogni passo.

Guidati dal tutorial, i ragazzi scopriranno che al tendere di  $n$  (il numero di passaggi di rimozione delle parti) all'infinito, **l'area di un tappeto di Sierpinski tende a zero**.



**Domanda 3.** Gli studenti, ragionando come per l'area, devono riflettere sul comportamento del **perimetro del tappeto di Sierpinski** al tendere di  $n$  all'infinito. Il perimetro di una figura siffatta è la somma del contorno esterno e dei contorni di tutti i "buchi" interni; all'aumentare di  $n$  aumenta il numero di buchi e, dunque, anche il perimetro, che infatti **tende all'infinito**. In sostanza, una figura frattale si svuota progressivamente al crescere di  $n$ , fino a ridursi ai suoi contorni.

- **Attività 2.** Gli studenti costruiscono un modello del triangolo di Sierpinski.



**Il triangolo di Sierpinski** si ottiene disegnando un triangolo equilatero, unendo i punti medi dei tre lati e rimuovendo il triangolo centrale.

Al passo 2 si ripete lo stesso procedimento per ognuno dei tre triangoli rimasti e poi ancora, e ancora, teoricamente all'infinito.

Per costruire il triangolo di Sierpinski vengono fornite allo studente istruzioni dettagliate e un foglio reticolato che può essere fotocopiato e usato come traccia.

Le domande guidano la deduzione della formula algebrica generale:

a. 4;

b.  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ;

c. 16;

d.  $\frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

i. La formula che fornisce l'area al passo  $n$  è  $A_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .

Al termine dell'attività l'insegnante può proporre di decorare a piacere i triangoli di Sierpinski realizzati e di unirli in un unico "cartellone frattale".

## 6 Non solo simili: autosimili!

### ► INTRODUZIONE

Riesci a immaginare una superficie geometrica che abbia area nulla? E ammesso che esista, secondo te quanto potrebbe misurare il suo perimetro?

Una figura di area nulla esiste e ha anche un'altra proprietà piuttosto singolare: è "autosimile", cioè è simile a ogni sua parte. Figure come queste sembrano difficili anche solo da immaginare, ma la natura ne è piena: le foglie della felce, le infiorescenze dei broccoli, i cristalli di neve, le ramificazioni dei bronchi ne sono solo alcuni esempi. Si chiamano *frattali* e hanno proprietà geometriche molto particolari. Vediamo quali!

### ► MATERIALI DA CONSULTARE A CASA

#### In Rete

Video tutorial: <https://link.pearson.it/80CF91E6>

### ► SEQUENZA DELLE ATTIVITÀ DA FARE IN CLASSE

1. *Brainstorming* sulle domande della videolezione.
2. **A coppie:** utilizzando il foglio A4 a griglia triangolare di pagina 73, costruisci il triangolo di Sierpinski in base alle istruzioni che seguono.

#### COSTRUZIONE DEL TRIANGOLO DI SIERPINSKI

**Fase 1** Sul foglio A4 a griglia triangolare, disegna un triangolo equilatero con lato  $16u$ . Collega i punti medi di ciascun lato. Taglia e rimuovi il triangolo al centro.

- a. Quanti triangoli equilateri hai ottenuto (pieni e vuoti)?
- b. Quale frazione del triangolo iniziale NON hai tagliato?

**Fase 2** Collega i punti medi dei lati dei triangoli rimasti e ritaglia il triangolo al centro di ognuno, come prima.

- c. Quanti triangoli equilateri uguali ai triangoli tagliati hai ottenuto (pieni e vuoti)?
- d. Quale frazione del triangolo iniziale NON hai tagliato?

#### Fasi 3 e 4

Ripeti per altre due volte consecutive la fase 2.

- e. Quanti triangoli equilateri hai ottenuto?
- f. Sarebbe stato possibile scoprire il numero totale con un calcolo? Quale?
- g. Quale frazione del triangolo iniziale NON hai tagliato?
- h. Sarebbe stato possibile scoprire la frazione con un calcolo? Quale?
- i. Sviluppa una formula generale (algebrica) per calcolare la frazione dell'area che NON è stata tagliata per ciascun passaggio.

### Compito facoltativo

Fai una ricerca sui "numeri triangolari" e cerca di scoprire se hanno qualcosa in comune con l'attività svolta in classe. Scrivi una breve relazione.

| CHECKLIST DI AUTOVALUTAZIONE   | PUNTEGGIO        |
|--|------------------|
| Ho costruito il triangolo di Sierpinski seguendo le 4 fasi del foglio istruzioni | ..... /8         |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>a</b>                                  | ..... /0,5       |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>b</b>                                  | ..... /1         |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>c</b>                                  | ..... /1         |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>d</b>                                  | ..... /1,5       |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>e</b>                                  | ..... /1         |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>f</b>                                  | ..... /1,5       |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>g</b>                                  | ..... /1         |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>h</b>                                  | ..... /1,5       |
| Ho risposto correttamente alla domanda <b>i</b>                                  | ..... /2         |
| Ho svolto il compito facoltativo   | ..... /1         |
| <b>Totale max</b>  | <b>..... /20</b> |