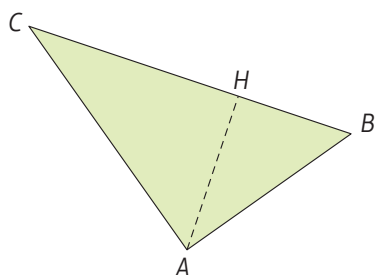


## 7 I teoremi di Euclide

**123 Vero o falso?** Indica con una crocetta se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle false.

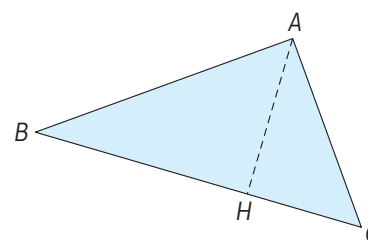
- a. I teoremi di Euclide si applicano ai triangoli rettangoli.  V  F
- b. Per applicare il primo teorema di Euclide è necessario conoscere due misure.  V  F
- c. Il primo teorema di Euclide afferma che in un triangolo rettangolo l'ipotenusa è media proporzionale tra i due cateti. **un cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa**  V  F
- d. Il primo teorema di Euclide considera i cateti e l'ipotenusa. **considera l'ipotenusa, un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa**  V  F
- e. Il secondo teorema di Euclide afferma che l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.  V  F
- f. Il secondo teorema di Euclide considera le proiezioni dei cateti e l'ipotenusa. **considera l'altezza relativa all'ipotenusa e le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa**  V  F

**124 Primo teorema** Dato il triangolo  $ABC$  in figura, indica con una crocetta quale delle seguenti proporzioni esprime il primo teorema di Euclide.



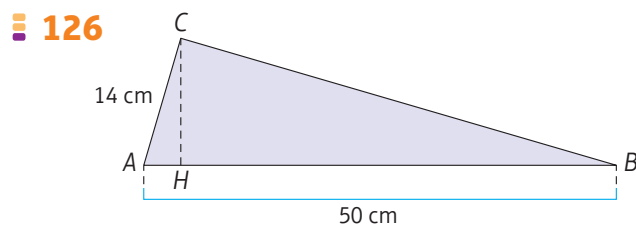
- $BC : AC = AC : BH$
- $BC : AB = AB : HC$
- $BC : AH = AH : HC$
- $BC : AC = AC : HC$

**125 Secondo teorema** Dato il triangolo  $ABC$  in figura, indica con una crocetta quale delle seguenti proporzioni esprime il secondo teorema di Euclide.

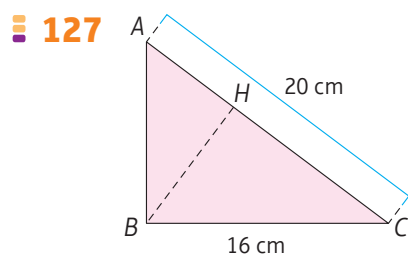


- $AB : AH = AH : AC$
- $BH : AH = AH : HC$
- $BC : AH = AH : HC$
- $BC : AB = AB : BH$

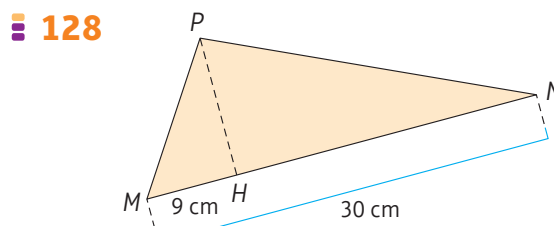
**Applica il primo teorema** Applica il primo teorema di Euclide ai triangoli rettangoli per calcolare le misure richieste, utilizzando i dati riportati in figura.



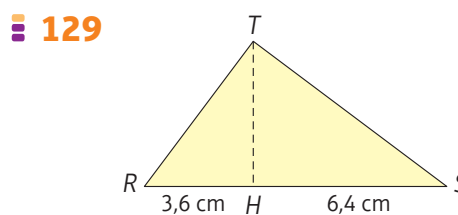
$\overline{AH} = 3,92 \text{ cm}$



$\overline{CH} = 12,8 \text{ cm}$



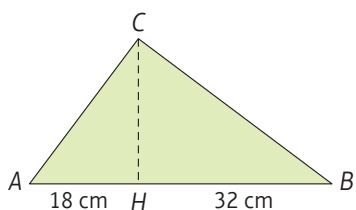
$\overline{MP} = 16,4 \text{ cm}$



$\overline{ST} = 8 \text{ cm}$

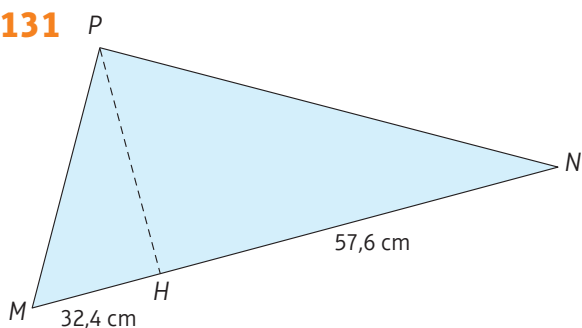
**Applica il secondo teorema** Applica il secondo teorema di Euclide ai triangoli rettangoli per calcolare le misure richieste, utilizzando i dati riportati in figura.

130



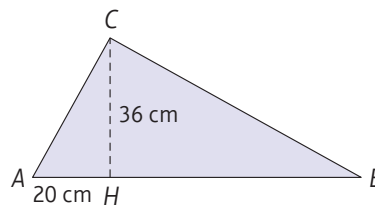
$\overline{CH} = 24 \text{ cm}$

131



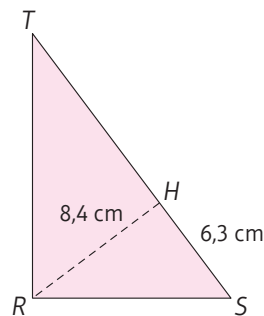
$\overline{PH} = 43,2 \text{ cm}$

132



$\overline{HB} = 64,8 \text{ cm}$

133



$\overline{TH} = 11,2 \text{ cm}$

**Teoremi di Euclide applicati a triangoli e poligoni** Risolvi i seguenti problemi.

134 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 11 m e la proiezione di un cateto su di essa misura 3,96 m. Calcola la misura del cateto. [6,6 m]

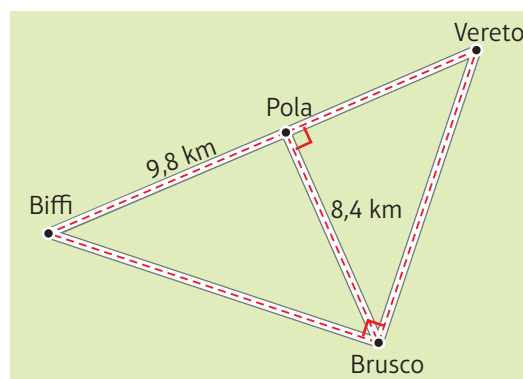
135 In un triangolo rettangolo un cateto misura 57 dm e la sua proiezione sull'ipotenusa misura 34,2 dm. Calcola la lunghezza dell'ipotenusa. [95 dm]

136 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 50 cm e la proiezione di uno dei cateti su di essa misura 3,92 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [112 cm]

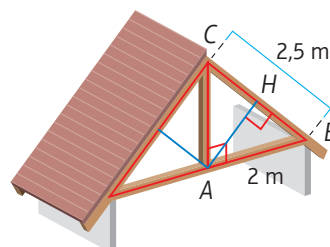
137 In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano 9 m e 16 m. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [12 m]

**MONDO REALE** Risolvi i seguenti problemi reali, utilizzando quanto hai imparato sulla similitudine e sui teoremi di Euclide.

138 **In auto** La cartina a lato rappresenta le strade che collegano 4 paesi. I quadratini rossi indicano angoli retti formati dalle strade. Il signor Giovanni deve andare in auto da Biffi a Vereto passando per Pola. Quando arriva a Pola, quanti chilometri deve ancora percorrere? 7,2 km



139 **Magazzino** Il signor Marco vuole rinforzare il tetto del suo magazzino, come illustrato nella figura. Ha intenzione di sistemare un listello di legno dal punto A e perpendicolare a BC. Quanto deve essere lungo il supporto? 1,2 m

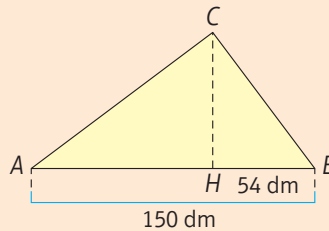


## ESERCIZIO GUIDA

- 140 In un triangolo rettangolo la proiezione del cateto minore sull'ipotenusa misura 54 dm e l'ipotenusa misura 150 dm.

Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa, il perimetro e l'area del triangolo.

Disegniamo il triangolo descritto e riportiamo i dati nella figura.



Utilizziamo il secondo teorema di Euclide per calcolare la misura dell'altezza  $CH$ :

$$AH : CH = CH : HB \rightarrow CH^2 = AH \cdot HB$$

$$\overline{AH} = 150 - 54 = 96 \text{ dm}$$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{AH} \cdot \overline{HB}} = \sqrt{96 \cdot 54} = 72 \text{ dm}$$

Utilizziamo il primo teorema di Euclide per calcolare la misura dei cateti  $AC$  e  $BC$ :

$$AB : AC = AC : AH \rightarrow AC^2 = AB \cdot AH$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB} \cdot \overline{AH}} = \sqrt{150 \cdot 96} = 120 \text{ dm}$$

$$AB : BC = BC : HB \rightarrow BC^2 = AB \cdot HB$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB} \cdot \overline{HB}} = \sqrt{150 \cdot 54} = 90 \text{ dm}$$

Calcoliamo il perimetro e l'area del triangolo:

$$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 150 + 120 + 90 = 360 \text{ dm}$$

$$A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2} = \frac{150 \cdot 72}{2} = 5400 \text{ dm}^2$$

- 141 Calcola la misura delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo, sapendo che l'ipotenusa misura 25 dm e che un cateto è  $i \frac{4}{5}$  dell'ipotenusa. [9 dm; 16 dm]
- 142 In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano 4,8 m e 2,7 m. Calcola l'area e il perimetro del triangolo. [13,5 m<sup>2</sup>; 18 m]
- 143 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa viene divisa dall'altezza a essa relativa in due segmenti che sono uno  $i \frac{16}{9}$  dell'altro e la cui somma misura 225 dm. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e l'area del triangolo. [108 dm; 12 150 dm<sup>2</sup>]
- 144 In un triangolo rettangolo un cateto misura 24 cm e l'altezza relativa all'ipotenusa misura 14,4 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [72 cm; 216 cm<sup>2</sup>]
- 145 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 15 cm ed è divisa dall'altezza in due segmenti che stanno fra loro come 16 sta a 9. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa, il perimetro del triangolo e la sua area. [7,2 cm; 36 cm; 54 cm<sup>2</sup>]
- 146 In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa misura 2,4 dm e un cateto misura 4 dm. Calcola la misura dell'ipotenusa, la misura dell'altro cateto e l'area del triangolo. [5 dm; 3 dm; 6 dm<sup>2</sup>]
- 147 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 17,5 dm e la differenza delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misura 4,9 dm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [42 dm; 73,5 dm<sup>2</sup>]

ESERCIZIO GUIDA

- 148 In un trapezio isoscele la diagonale è perpendicolare al lato obliquo e misura 8 dm. Sapendo che l'altezza misura 4,8 dm, calcola il perimetro e l'area del trapezio.

Disegniamo il trapezio descritto e riportiamo i dati nella figura. Appliciamo il teorema di Pitagora al triangolo  $AHC$  e calcoliamo la misura di  $AH$ :

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{64 - 23,04} = 6,4 \text{ dm}$$

Consideriamo ora il triangolo rettangolo  $ABC$ .

Utilizziamo il secondo teorema di Euclide per calcolare la misura di  $HB$ :

$$\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{HB} \rightarrow \overline{HB} = \frac{\overline{CH}^2}{\overline{AH}}$$

$$\overline{HB} = \frac{4,8^2}{6,4} = 3,6 \text{ dm}$$

Calcoliamo la misura dell'ipotenusa:

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (6,4 + 3,6) = 10 \text{ dm}$$

Utilizziamo il primo teorema di Euclide per calcolare la misura di  $BC$ :

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{HB} \rightarrow \overline{BC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{HB}$$

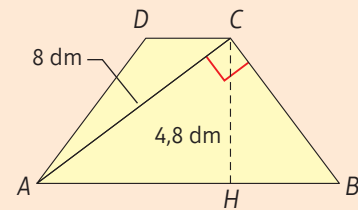
$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB} \cdot \overline{HB}} = \sqrt{10 \cdot 3,6} = 6 \text{ dm}$$

Calcoliamo il perimetro e l'area del trapezio:

$$\overline{CD} = \overline{AB} - 2\overline{HB} = (10 - 2 \cdot 3,6) = 2,8 \text{ dm}$$

$$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (10 + 6 + 2,8 + 6) = 24,8 \text{ dm}$$

$$A = \frac{(\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot \overline{CH}}{2} = \frac{(10 + 2,8) \cdot 4,8}{2} = 30,72 \text{ dm}^2$$



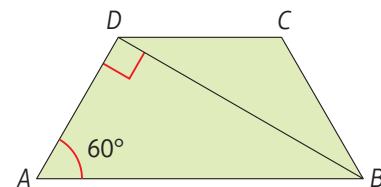
- 149 In un trapezio rettangolo la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo, la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 16 m e 12 m. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.  
[68 m; 246 m<sup>2</sup>]

- 150 In un trapezio isoscele il lato obliquo misura 45 cm ed è i  $\frac{3}{5}$  della base maggiore. Le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui. Calcola l'area del trapezio e la misura delle diagonali.  
[1728 cm<sup>2</sup>; 60 cm]

- 151 Il parallelogramma  $ABCD$  ha la diagonale minore perpendicolare a un lato. Calcola l'area del parallelogramma, sapendo che i suoi lati misurano 8 cm e 17 cm.  
[120 cm<sup>2</sup>]

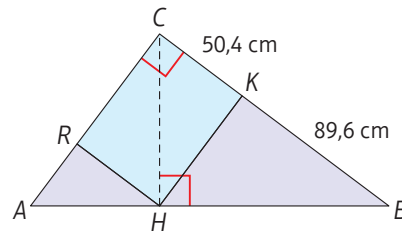
- 152 In un trapezio rettangolo l'angolo acuto misura  $60^\circ$ , la differenza delle basi misura 12 cm e la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo. Calcola l'area e il perimetro del trapezio.  
[circa 873,6 cm<sup>2</sup>; 128,8 cm]

- 153 Il trapezio isoscele  $ABCD$  ha il lato obliquo, che misura 80 cm, perpendicolare alla diagonale. Calcola l'area e il perimetro del trapezio.  
[8313,60 cm<sup>2</sup>; 400 cm]



- 154 **SFIDA** In un triangolo isoscele  $ABC$ , il segmento  $AH$  è l'altezza relativa alla base  $BC$  e  $K$  è la proiezione del punto  $H$  sul lato obliquo  $AC$ . Sapendo che  $AK$  misura 17,6 cm e  $KC$  misura 9,9 cm, calcola l'area e il perimetro del triangolo.  
[363 cm<sup>2</sup>; 88 cm]

- 155 **SFIDA** Nel triangolo rettangolo  $ABC$  il punto  $K$  è la proiezione del punto  $H$  sul cateto  $CB$  e il punto  $R$  è la proiezione del punto  $H$  sul cateto  $CA$ .  
Calcola l'area e il perimetro del rettangolo  $CRHK$ . [3386,88 cm<sup>2</sup>; 235,2 cm]



## 8 Relazione fra i perimetri e fra le aree di figure simili

- 156 **Perimetri e aree di quadrati simili** Completa le seguenti affermazioni.  
Se il rapporto di scala fra due quadrati è  $k$ , allora:
- il rapporto fra i perimetri dei quadrati è uguale a  $k$ .....
  - il rapporto fra le diagonali dei quadrati è uguale a  $k$ .....
  - il rapporto fra le aree dei quadrati è uguale a  $k^2$ .....
- 157 **Riconosci** Due rettangoli sono simili e il rapporto tra due lati corrispondenti è  $\frac{2}{5}$ .  
Il rapporto tra i perimetri dei due rettangoli è:
- 2,5        $\frac{2}{5}$         $\frac{5}{2}$        2
- 158 **Chi ha ragione?** Tre ragazzi devono determinare il rapporto fra le aree di due triangoli simili che hanno rapporto di scala pari a  $\frac{1}{3}$ .  
**Greta:** « Il rapporto fra le aree è ancora  $\frac{1}{3}$ . »  
**Filippo:** « Non si può determinare il rapporto fra le aree perché non ci sono i dati che servono per calcolarlo. »  
**Amina:** « Il rapporto fra le aree è  $\frac{1}{9}$ . »  
Chi ha ragione? Indicalo con una crocetta.
- Greta       Filippo       Amina
- Spiega perché. **il rapporto fra le aree è il quadrato del rapporto di scala**
- 159 **Coppie di quadrati simili** Completa la seguente tabella relativa a coppie di quadrati simili.

Lato del primo quadrato (cm)	Lato del secondo quadrato (cm)	Rapporto di scala $k$	Perimetro del primo quadrato (cm)	Perimetro del secondo quadrato (cm)	Area del primo quadrato (cm <sup>2</sup> )	Area del secondo quadrato (cm <sup>2</sup> )
16	64	4	64	256	256	4096
6	3	$\frac{1}{2}$	24	12	36	9
5	7	$\frac{7}{5}$	20	28	25	49
8	12	$\frac{3}{2}$	32	48	64	144