

# Il lancio del disco

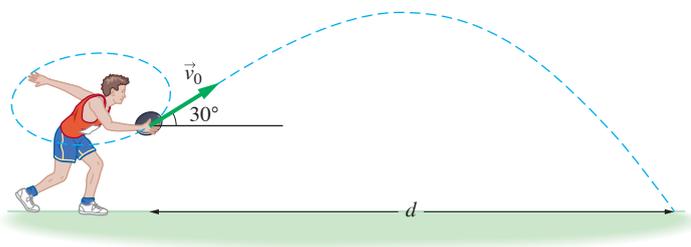
## ► PROBLEMA SVOLTO 1 | CAPITOLO 1 Il moto nel piano

► Vettori ► Moto di un proiettile ► Moto circolare uniforme

### SOLUZIONE STEP BY STEP CON LA CALCOLATRICE GRAFICA

Il lancio del disco è una specialità dell'atletica leggera, presente nelle Olimpiadi moderne, che consiste nel lanciare un disco il più lontano possibile.

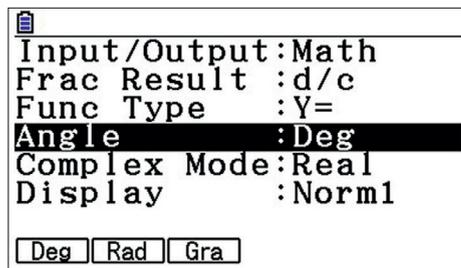
Un atleta impugna un disco ed esegue 2 giri completi, in modo che il disco descriva una circonferenza di raggio  $R = 90,0$  cm, inclinata di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Al termine del secondo giro il disco viene lasciato e ricade a terra dopo 2,72 secondi, avendo percorso una distanza orizzontale di 60,0 m come mostrato in figura.



### 1 Quanto vale la velocità del disco al momento del lancio e qual è l'altezza massima raggiunta rispetto al suolo durante il volo?

Prima di cominciare assicuriamoci che la calcolatrice sia settata con gli angoli misurati in gradi perché per calcolare la velocità iniziale dobbiamo usare il  $\cos 30^\circ$ .

- Modifichiamo eventualmente la scelta della misura degli angoli tramite SET UP (digitando **SHIFT** **MENU**) e selezionando Deg alla voce Angle.



- Il disco compie un moto parabolico. In particolare lungo l'asse  $x$  il moto è uniforme per cui vale la relazione:

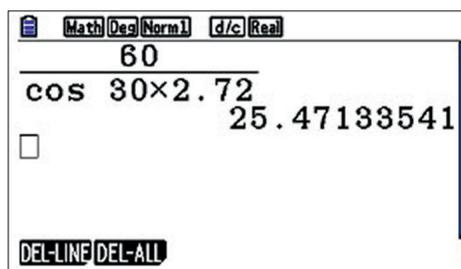
$$d = v_{0x} t = v_0 \cos \theta_0 \cdot t$$

da cui ricaviamo  $v_0$ :

$$v_0 = \frac{d}{\cos \theta_0 \cdot t} = \frac{60,0 \text{ m}}{\cos 30^\circ \cdot 2,72 \text{ s}} = 25,5 \text{ m/s}$$

- Troviamo adesso l'altezza iniziale da cui è stato lanciato il disco, tenendo presente che lungo  $y$  il moto è di caduta libera e che, quando il disco arriva al suolo dopo un tempo  $t$ , è  $y = 0$ , cosicché la legge oraria è:

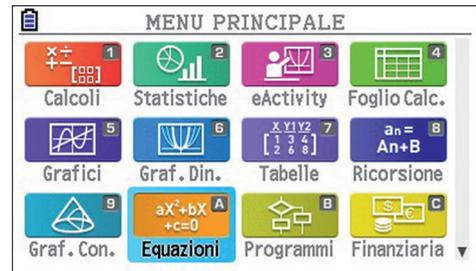
$$y = y_0 + v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$





- Selezioniamo con il tasto **MENU** l'icona EQUAZIONI seguita da **EXE**.

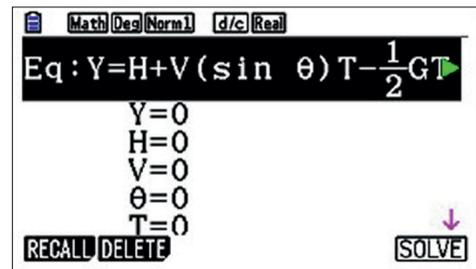
Ricorda che puoi selezionare i vari menu anche digitando il numero o la lettera che li contraddistingue; per esempio, per selezionare il menu EQUAZIONI puoi anche digitare la sequenza **ALPHA** **X,θ,T** che corrisponde alla lettera A.



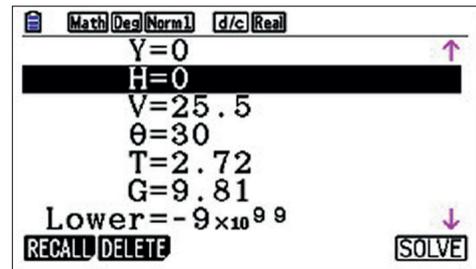
- Con il tasto **F3** selezioniamo il risolutore di equazioni.



- Inseriamo l'equazione della legge oraria nella prima riga. Dighiamo la formula seguita dal tasto **EXE**.



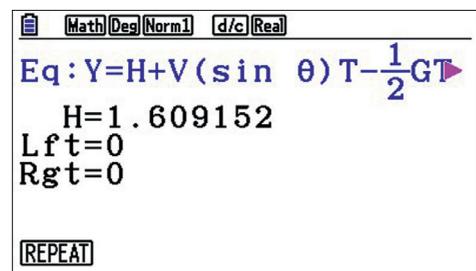
- Indichiamo con H la quota iniziale  $y_0$  e con G l'accelerazione di gravità terrestre ( $G = g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ).
- Inseriamo poi i valori noti attribuiti alle variabili che compaiono nell'equazione seguiti dal tasto **EXE**.
- Lungo l'asse  $y$  il moto è di caduta libera e quando il disco arriva al suolo il valore di Y è 0.
- Non inseriamo alcun valore alla variabile H perché è quella che andremo a determinare.



- Collocandoci con il cursore sul valore H e tramite il comando SOLVE (tasto **F6**), ricaviamo il valore dell'altezza iniziale da cui viene lanciato il disco.

L'altezza iniziale da cui è stato lanciato il disco è:

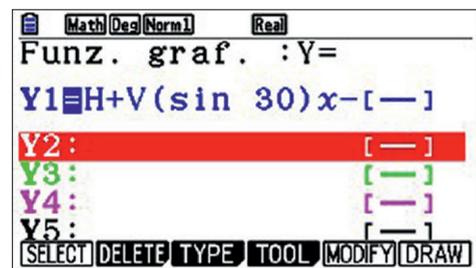
$$y_0 = 1,61 \text{ m}$$



- A questo punto rappresentiamo l'equazione della legge oraria relativa al moto lungo l'asse  $y$ . Selezioniamo con il tasto **MENU** l'icona GRAFICI seguita da **EXE**.
- Nella prima riga inseriamo la legge oraria relativa al moto del disco lungo l'asse  $y$  seguita da **EXE**:

$$y = y_0 + v_0 \text{sen } \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

In questo caso il tempo, che sarà rappresentato sull'asse delle ascisse, viene indicato con la variabile x.



- Con il tasto **F6** rappresentiamo la funzione che descrive come varia la quota del disco durante il suo moto in funzione del tempo.
- La figura che si ottiene può essere opportunamente zoomata utilizzando il tasto **F2** (Zoom).

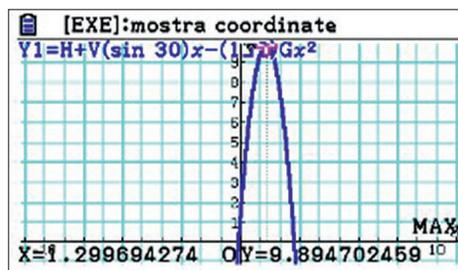
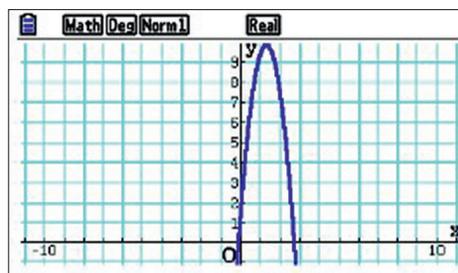
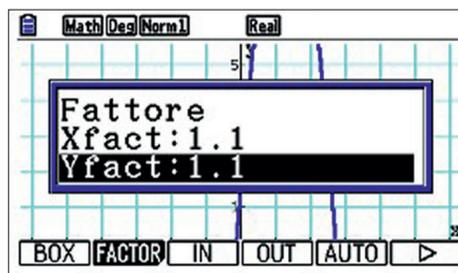
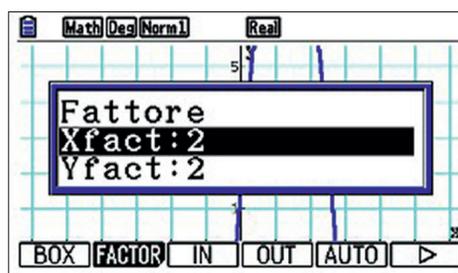
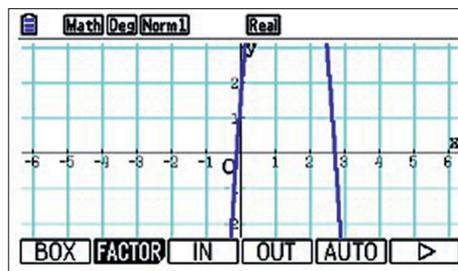
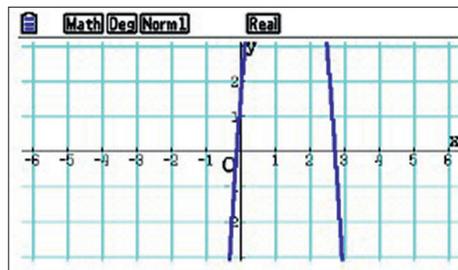
- Digitando nuovamente **F2** (FACTOR) possiamo stabilire di quanto ingrandire o ridurre l'immagine.
- La calcolatrice, di default, raddoppia (o dimezza) le dimensioni, ma possiamo modificare il fattore semplicemente digitando il nuovo valore che vogliamo immettere seguito dal tasto **EXE**.

- Per esempio, inserire il valore 1.1 (sia per le  $x$  sia per le  $y$ ) seguito da **EXE**, permetterà di modificare le dimensioni del 10%.
- A questo punto possiamo zoomare la figura o utilizzando i tasti **F2 F3** (ZOOM IN) se vogliamo ingrandire, o **F2 F4** (ZOOM OUT) se vogliamo rimpicciolire la figura.

Possiamo zoomare anche semplicemente utilizzando i tasti **+** per ingrandire e **-** per rimpicciolire).

- Zoomando opportunamente e spostandoci sul display con il cursore otterremo il grafico in figura.

- Utilizzando il comando G-Solve (tasto **F5**) è possibile determinare il valore massimo della curva selezionando MAX con **F2**.
- L'altezza massima raggiunta rispetto al suolo durante il volo è 9,89 m.
- Possiamo anche osservare che tale quota viene raggiunta dopo 1,30 s dal lancio.





**2** Con quale velocità l'atleta avrebbe dovuto lanciare il disco, sempre con un'inclinazione di 30°, per colpire un piccolo ostacolo posto a 4,50 m di altezza rispetto al punto di lancio e distante da lui orizzontalmente 11,6 m?

Riprendiamo le equazioni del moto parabolico lungo gli assi  $x$  e  $y$ .

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \theta_0 \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \sin \theta_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

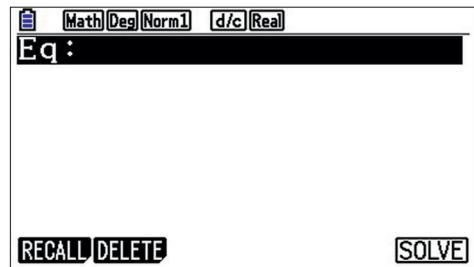
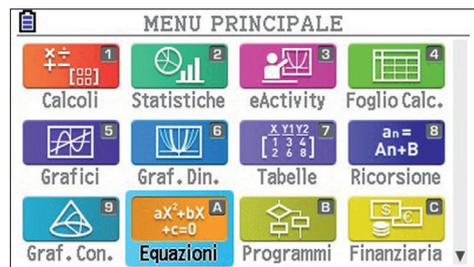
Ricaviamo il tempo dalla prima equazione (relativa al moto lungo l'asse  $x$ ) ponendo  $x$  uguale alla distanza  $d$  percorsa orizzontalmente ( $d = 11,6$  m):  $t = \frac{d}{v_0 \cos \theta_0}$ .

Sostituiamo nella seconda equazione relativa al moto lungo l'asse  $y$ :

$$y = y_0 + v_0 \sin \theta_0 \cdot \frac{d}{v_0 \cos \theta_0} - \frac{1}{2} g \left( \frac{d}{v_0 \cos \theta_0} \right)^2$$

$$y = y_0 + d \cdot \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{1}{2} g \left( \frac{d}{v_0 \cos \theta_0} \right)^2$$

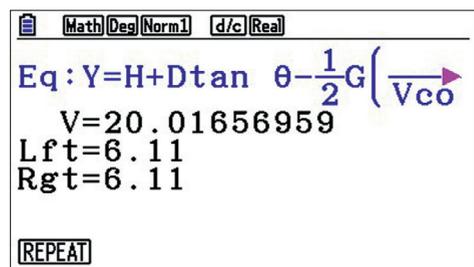
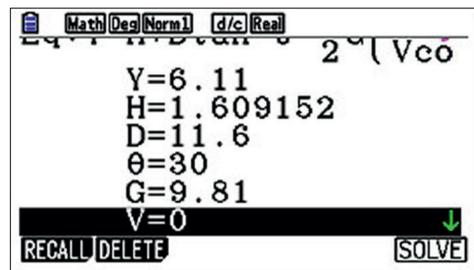
- Troviamo ora la velocità iniziale richiesta tramite il menu EQUAZIONI. Con il tasto **F3** selezioniamo poi il risolutore di equazioni.
- Troveremo ancora l'equazione scritta in precedenza. Prima di procedere cancelliamo la formula precedente digitando **F2** (DELETE) seguito da **F1**.



- Inseriamo l'equazione da risolvere:

$$y = y_0 + d \cdot \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{1}{2} g \left( \frac{d}{v_0 \cos \theta_0} \right)^2$$

- Indichiamo con  $D$  la distanza percorsa orizzontalmente.
- $Y$  è l'ordinata del punto in cui è collocato l'ostacolo da colpire ed è data dall'altezza di lancio sommata ai 4,50 m a cui è posto l'oggetto rispetto a questa ( $Y = 6.11$  m).
- Collocandoci con il cursore sul valore  $V$  e tramite il comando SOLVE (tasto **F6**), ricaviamo il valore della velocità con cui viene lanciato il disco.
- L'atleta avrebbe dovuto lanciare il disco con una velocità pari a 20,0 m/s.





- Come verifica di quanto fatto utilizzando il menu GRAFICI possiamo rappresentare nel secondo slot la funzione:

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos 30}\right)^2 + x \tan 30 + y_0$$

che descrive la traiettoria seguita dal disco.

La funzione rappresenta la traiettoria seguita dal disco. Quindi questa volta con  $x$  indichiamo proprio l'ascissa del punto.

- Prima di disegnare questa funzione dobbiamo deselectionare la curva Y1. Collochiamoci con il cursore sulla prima riga e digitiamo **F1** (SELECT). Vedremo il segno = deselectionato.

- Ora, digitando **F6** (DRAW) vedremo solo la curva Y2.

- Utilizziamo il comando TRACE (tasto **F1**). Digitiamo il valore 11.6 seguito da **EXE** così da verificare che il disco passa per il punto di coordinate (11.6 ; 6.11).

